

AVALIAÇÃO DOS MÉTODOS DE MÍNIMOS QUADRADOS PARA A IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS DINÂMICOS UTILIZANDO UM PROTÓTIPO DE UM SISTEMA REAL

ITAMAR DA SILVA PINTO¹, GLÉCIA BEZERRA ROCHA², DANIEL TAKASHI NÉ DO NASCIMENTO SUZUKI³ E LUIZ GUSTAVO LEAL DA COSTA⁴, ORLANDO FONSECA SILVA⁵

¹Graduando de Engenharia Elétrica, Bolsista do PET-Engenharia Elétrica, UFPA, Belém-PA, itamarsp11@gmail.com;

²Graduando de Engenharia Elétrica, Bolsista do PET-Engenharia Elétrica, UFPA, Belém-PA, gleciarocha9@gmail.com@gmail.com;

³Graduando de Engenharia Elétrica, Bolsista do PET-Engenharia Elétrica, UFPA, Belém-PA, danieltakashi4@gmail.com@gmail.com;

⁴Graduando de Engenharia Elétrica, Bolsista do PET-Engenharia Elétrica, UFPA, Belém-PA, luizgustavo.ufpa@gmail.com@gmail.com;

⁵Dr. em Engenharia de Produção. Prof. Titular. ITEC, UFPA, Belém-PA, orfosi@ufpa.com

Apresentado no
Congresso Técnico Científico da Engenharia e da Agronomia – CONTECC
Palmas/TO – Brasil
17 a 19 de setembro de 2019

RESUMO: Para os projetos de controladores automáticos, a primeira etapa fundamental para a sua concepção é a determinação de um modelo matemático que represente o sistema físico a ser controlado. Para modelar fielmente o sistema, uma primeira abordagem é através das leis e propriedades físicas, químicas, mecânicas ou outras relacionadas ao mesmo, contudo, algumas vezes isso não é possível devido à alta complexidade da física do processo. Dentre as várias técnicas de identificação, o método dos Mínimos Quadrados se destaca. Utilizando as medições de sinais de entrada e saída, os parâmetros do modelo são estimados e, a partir deste modelo estimado, pode-se projetar um controlador que produza uma ação de controle adequada para aplicação na planta. O presente trabalho tem por objetivo realizar um estudo sobre a identificação de sistemas, usando do *software* MATLAB, através da aplicação de duas variações do método Mínimos Quadrados: Mínimos Quadrados Não Recursivo e Mínimos Quadrados Recursivo; utilizando dados obtidos de um protótipo de um sistema real.

PALAVRAS-CHAVE: Sistema real, modelos matemáticos, identificação de sistemas, mínimos quadrados.

EVALUATION OF LEAST SQUARES METHODS FOR THE IDENTIFICATION OF DYNAMIC SYSTEMS USING A PROTOTYPE OF A REAL SYSTEM

ABSTRACT: For automatic controller designs, the first fundamental step for its design is the determination of a mathematical model that represents the physical system to be controlled. To faithfully model the system, a first approach is through laws and physical, chemical, mechanical or other related properties, however, sometimes this is not possible due to the high complexity of the process physics. Among the various identification techniques, the method of Minimum Square is highlighted. Using the measurements of input and output signals, the parameters of the model are estimated and, from this estimated model, one can design a controller that produces a control action suitable for application in the plant. The present work has the objective of performing a study on the identification of systems, using MATLAB software, through the application of two variations of the method Minimum Square: Least Square Non-Recursive and Least Square Recursive; using data obtained from a prototype of a real system.

KEYWORDS: Real system, mathematical models, identification of systems, least squares.

INTRODUÇÃO

O controle automático representa um papel vital em processos industriais e de fabricação modernos. Por exemplo: para controle de pressão, temperatura, umidade, viscosidade e fluxo em processos industriais ou manuseando, operando e montando partes mecânicas das indústrias de fabricação (OGATA, 1982). Para os projetos dos controladores, a operação adequada e a presença de resultados satisfatórios de desempenho para os diversos processos na produção industrial são objetivos de extrema importância, pois um controlador mal projetado pode trazer graves consequências, e para atingir tais objetivos é necessário um melhor conhecimento da planta do processo (RAMOS, 2015).

Para projetar um controlador automático, a primeira etapa fundamental para a sua concepção é a determinação de um modelo matemático que represente o sistema físico a ser controlado. Os modelos matemáticos de sistemas físicos normalmente recaem em equações diferenciais que, por sua vez, podem ser expressas por equações de diferenças equivalentes.

Uma primeira abordagem para modelar um sistema, denominada fenomenológica, é através das leis e propriedades físicas, químicas, mecânicas ou outras relacionadas ao mesmo. Neste caso, normalmente busca-se um modelo que represente fielmente o sistema a ser controlado, sendo que, algumas vezes isso não é possível devido à alta complexidade da física do processo (CAMPOS, 2007)

Uma segunda abordagem para modelar um sistema, denominada identificação, consiste na realização de ensaios experimentais com o sistema real, onde o modelo é obtido a partir dos valores do sinal de entrada aplicado no sistema e dos valores do seu sinal de saída ou reposta. Neste caso busca-se um modelo linear que represente o sistema suficientemente bem.

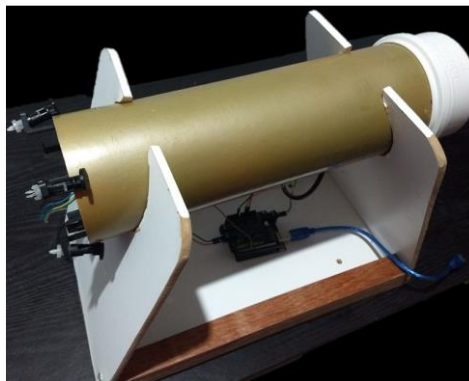
Dentre as várias técnicas de identificação, o método dos Mínimos Quadrados se destaca. Utilizando somente os valores medidos dos sinais de entrada e saída, os parâmetros do modelo são estimados e, a partir deste modelo estimado, pode-se projetar um controlador que produza uma ação de controle adequada para aplicação na planta.

O presente trabalho tem por objetivo realizar um estudo sobre a identificação de sistemas, usando do *software* MATLAB, através da aplicação de duas variações do método Mínimos Quadrados: Mínimos Quadrados Não Recursivo (MQNR) e Mínimos Quadrados Recursivo (MQR); utilizando dados obtidos de um protótipo de um sistema real de aquecimento do ar aqui denominado sistema térmico.

MATERIAL E MÉTODOS

O sistema térmico utilizado consiste numa resistência elétrica localizada no interior de um tubo cilíndrico que, uma vez energizada, eleva a temperatura no interior do mesmo; de um *cooler* situado numa extremidade do tubo que, uma vez acionado, abaixa a temperatura pela ação do vento, de um sensor de temperatura conectado ao microcontrolador *Arduino* UNO, conforme a Figura 1. A programação no microcontrolador foi desenvolvida para a aquisição de dados de temperatura de acordo com o sinal de tensão resultante do sensor, levando em conta o funcionamento da placa de prototipagem e pela discretização do sinal durante o seu processamento

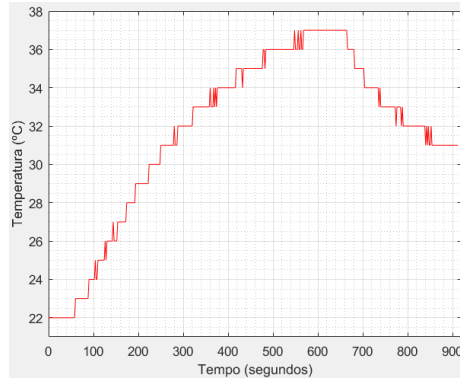
Figura 1. Sistema térmico utilizado.



Para o conhecimento prévio do sistema, este foi acionado em malha aberta energizar a resistência elétrica e, após 660 segundos, quando a temperatura no interior do tubo apresentou

estabilização em 37°C, acionou se o *cooler* com sua tensão máxima admissível de 12 Volts também constante. A Figura 1 ilustra a resposta dos dados obtidos através do *Arduino*.

Figura 2. Resposta do Sistema térmico em Malha Aberta.



Conforme é possível observar na Figura 2, a resposta em malha aberta do sistema térmico, tanto na fase de aquecimento ao energizar a resistência elétrica, quanto na fase de resfriamento ao ligar o *cooler*, são curvas com perfis de exponenciais. Assim, o sistema pode ser aproximado como sendo de primeira ordem e, a equação de diferenças geral, que representa a resposta no domínio do tempo discreto de um sistema de primeira é dada pela Equação 1, onde: $u(k)$ e $y(k)$ são, respectivamente, os sinais de entrada e saída; a_1 e b_0 são os parâmetros que definem o comportamento dinâmico do sistema.

$$y(k) = -a_1 y(k-1) - b_0 u(k-1) \quad (1)$$

Conhecidos os valores numéricos dos sinais de entrada e saída na fase de resfriamento, os métodos dos MQNR e MQR podem ser aplicados para a estimação dos parâmetros a_1 e b_0 .

No método dos MQNR, os dados de entrada e saída são primeiramente coletados e posteriormente armazenados na matriz de medidas φ , as saídas no vetor de saídas Y e os parâmetros são determinados pela Equação (2), dessa forma o problema numérico é resolvido de uma só vez após a coleta de todos os dados (RAMOS, 2015). As Equações (3) à (5) complementam o algoritmo do método (RAMOS, 2015).

$$\theta = [\varphi^t \varphi]^{-1} \varphi^t Y \quad (2)$$

$$\varphi = [-y(k-1) \dots -y(k-n) \ u(k-1) \dots u(k-n)]^t \quad (3)$$

$$Y = [y(0) \ y(1) \ y(2) \dots y(n-1)]^t \quad (4)$$

$$\theta = [a_1 \dots a_n \ b_1 \dots b_n]^t \quad (5)$$

Diferentemente do método anterior, o algoritmo de MQR não precisa de uma massa de dados para finalmente estimar os parâmetros. Os parâmetros são estimados recursivamente a cada novo valor de saída e de entrada disponível, para isso, as matrizes de medidas φ e de saídas Y são constantemente atualizadas. Através da Equação (6) os parâmetros são calculados e atualizados, onde ε é o erro de previsão e K é a matriz ganho do estimador (RAMOS, 2015). As Equações (7) à (10) auxiliam no processo de estimação.

$$\theta = \theta + K \varepsilon \quad (6)$$

$$\varphi = [-y(k-1) \dots -y(k-n) \ u(k-1) \dots u(k-n)]^t \quad (7)$$

$$Y = [y(0) \ y(1) \ y(2) \dots y(n-1)]^t \quad (8)$$

$$\theta = [a_1 \dots a_n \ b_1 \dots b_n]^t \quad (9)$$

$$\varepsilon = Y - \varphi^t \theta \quad (10)$$

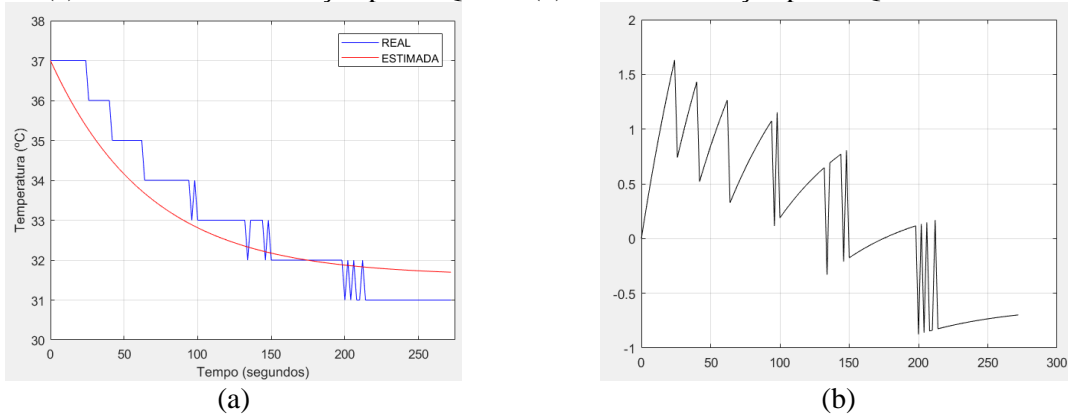
$$\mathbf{K} = \frac{\mathbf{P} \boldsymbol{\varphi}}{1 + \boldsymbol{\varphi}^t \mathbf{P} \boldsymbol{\varphi}} \quad (11)$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{P} - \mathbf{K} \boldsymbol{\varphi}^t \boldsymbol{\varphi} \quad (12)$$

RESULTADOS E DISCUSSÃO

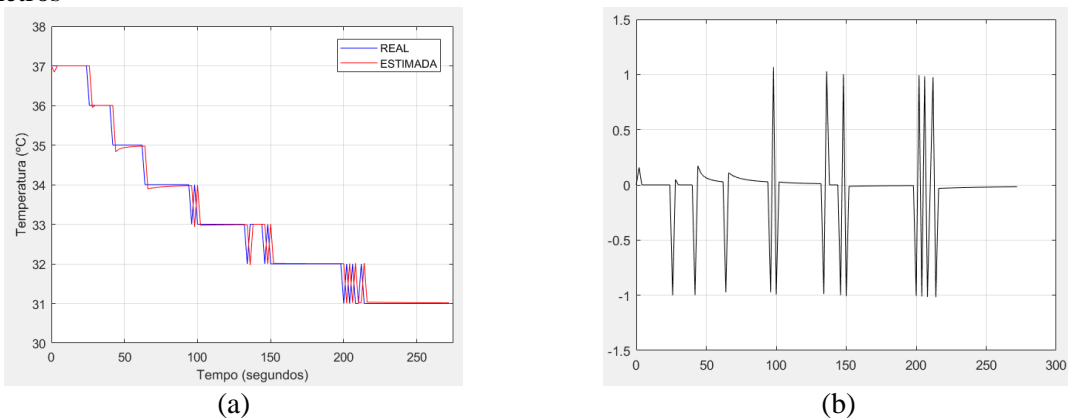
Após a coleta de dados do sistema de aquecimento do ar e realizar as simulações no *software* MATLAB dos algoritmos em estudo, os resultados obtidos podem ser observados nas Figura 3 e 4. É notável que a curva estimada, sinal que utiliza os parâmetros estimados, em ambos os métodos seguem a curva da saída real do sistema. Contudo, na Figura 3(a) mostra que os parâmetros $a_1 = -0.9705$ e $b_0 = 0.0778$ resultados da aplicação do MQNR não permitem um sinal de saída estimado fiel ao real, mostrando que apresenta pouca eficiência para o objetivo de identificação em virtude do grande erro presente em sua estimação, como é possível observar na figura 3(b).

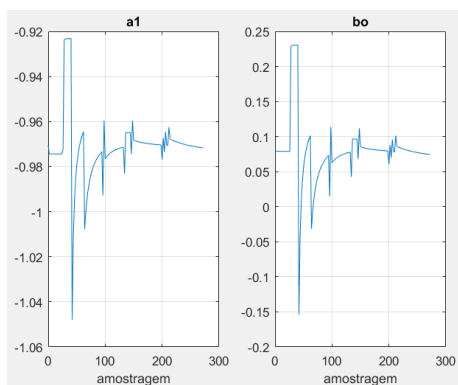
Figura 3. (a) Resultado da estimação por MQNR e (b) erro da estimação por MQNR.



Com a Figura 4(a) observa-se que a estimação por MQR apresenta o melhor desempenho e erro mínimo, Figura 4(b), ao comparar o sinal real e o simulado pelos coeficientes estimados por esse método. Na figura 4(c) é visível a atualização nos valores dos parâmetros resultados da estimação que permitiram a eficiência do método.

Figura 4. (a) Resultado da estimação por MQR, (b) erro da estimação por MQR e (c) valores dos parâmetros





(c)

CONCLUSÃO

Neste trabalho dois métodos de identificação baseados em mínimos quadrados foram abordados, Mínimos Quadrados Não Recursivo (MQNR) e Mínimos Quadrados Recursivo (MQR). O primeiro apresentou baixa eficiência para o propósito de identificação, sua eficiência pode se tornar melhor se mais dados forem coletados para a montagem de suas matriz, o que exigirá mais memória computacional, condição que evidencia a sua não utilização em aplicação online, ou seja, enquanto o sistema opera; e o segundo é um método recursivo, que usa dados anteriores para correção e ajuste dos parâmetros estimados, essa característica permitiu atingir um resultado satisfatório sendo mais adequado para usos em tempo real durante a identificação.

Os resultados obtidos pela estimação por MQR, melhor desempenho, erro mínimo, ao comparar o sinal real e o simulado com a Equação 1, permite escolhe-lo como o método de identificação eficiente para o projeto e aplicação de um controle adaptativo a esse sistema térmico numa segunda fase deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- Campos, A. R. C. R. Projeto e Análise de Controladores a partir da Identificação em Malha Fechada: Estudo de Casos. Dissertação. Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2007.
- Ogata, K. Engenharia de controle moderno. Prentice Hall do Brasil, 1982.
- Ramos, A.C. Identificação de Sistemas Dinâmicos Aplicada: Desenvolvimento de Software Baseado Em Mínimos Quadrados. Dissertação (Mestrado Profissional). Instituto de tecnologia. Universidade Federal do Pará. Belém, 2015.