

MODELAGEM DA DINÂMICA LONGITUDINAL DE UM VEÍCULO OFF-ROAD MONOTRIPULADO UTILIZANDO A FÓRMULA MÁGICA DE PACEJKA

LUCAS CASTRO SOUSA^{1*}, RICARDO TEIXEIRA DA COSTA NETO²

¹Mestrando em Engenharia Mecânica, IME, Rio de Janeiro-RJ, lucascastro.mec@gmail.com

²Dr. em Engenharia Mecânica, IME, Rio de Janeiro-RJ, ricardo@ime.eb.br

Apresentado no
Congresso Técnico Científico da Engenharia e da Agronomia – CONTECC'2018
21 a 24 de agosto de 2018 – Maceió-AL, Brasil

RESUMO: Com o avanço tecnológico, a simulação computacional de sistemas veiculares se tornou uma importante etapa de desenvolvimento dos mesmos, pelo fato de proporcionar redução de tempos e custos operacionais. Com isso, modelos computacionais mais fiéis aos fenômenos físicos encontrados na realidade são requeridos. Dessa forma, é desenvolvido neste trabalho um modelo computacional da dinâmica longitudinal de um veículo off-road monotripulado, fazendo uso da modelagem por Diagrama de Blocos, utilizando o ambiente Simulink® do MATLAB®. Para melhor entendimento do fenômeno físico, uma modelagem da interface pneu-solo deve ser realizada. Um dos modelos mais tradicionais na indústria automotiva é conhecido como Fórmula Mágica de Pacejka, um modelo empírico que relaciona a força de tração com o deslizamento na interface de contato entre o pneu e o solo. O modelo permite ainda avaliar de forma mais fiel à realidade o comportamento da dinâmica longitudinal do veículo. Os resultados encontrados pelo modelo proposto foram satisfatórios e permitiram a validação do mesmo considerando a simulação em regime transiente.

PALAVRAS-CHAVE: Veículos off-road, dinâmica longitudinal, fórmula mágica.

LONGITUDINAL DYNAMIC MODELING OF A SINGLE-SEATER OFF-ROAD VEHICLE USING PACEJKA'S MAGIC FORMULA

ABSTRACT: With the technological advance, the computational simulation of vehicular systems became an important stage of their development, due to the fact of reducing time and operating costs. With this, computational models more reliable to the physical phenomena found in reality are required. Thus, a computational model of the longitudinal dynamics of a single-seater off-road vehicle is developed, using Block Diagram modeling in MATLAB® Simulink® program. For a better understanding of the physical phenomenon, a modeling of the tire-soil interface is necessary. One of the most traditional models in the automotive industry is known as Pacejka's Magic Formula, an empirical model that relates the traction force to the longitudinal slip at the interface between the tire and the ground. The model also allows to evaluate more realistically the behavior of the longitudinal dynamics of the vehicle. The results found by the proposed model were satisfactory and allowed its validation considering the simulation in transient regime.

KEYWORDS: Off-road vehicles, longitudinal dynamics, magic formula.

INTRODUÇÃO

As forças de frenagem e/ou aceleração influenciam na transferência de forças ao piso, bem como na adesão do pneu ao solo, fazendo com que as forças atuantes na região de contato entre o pneu e o solo influenciem consideravelmente o movimento do veículo (Gillespie, 1992; Wong, 2001; Jazar, 2014). Neste trabalho somente os esforços relativos à aceleração são considerados e durante sua ocorrência, surge um fenômeno conhecido como deslizamento, devido ao estiramento e compressão do pneu na região de contato entre o pneu e o solo, influenciando no comportamento dinâmico do veículo.

O sistema de transmissão também influencia diretamente a dinâmica do veículo. Sua utilização é bastante criticada pelos danos ambientais que causam (Albuquerque, 2003). Com isso, projetos tem sido desenvolvidos na intenção de mudar esse panorama de modo a promover a redução da emissão e

consumo de combustíveis. Assim, a Transmissão Continuamente Variável (CVT) foi desenvolvida, tornando possível a operação do motor próxima à sua condição ideal, reduzindo a emissão de combustível, devido à alteração contínua da relação de transmissão (Crolla, 2009; Naunheimer, 2011).

O avanço tecnológico permitiu o desenvolvimento de projetos veiculares por meio de computadores, visto que testes em protótipos físicos são altamente custosos em tempo e financeiro, além de demandarem bastante tempo para preparação e realização, fazendo com que atualmente sejam utilizados como ferramentas de validação final dos testes computacionais realizados previamente.

Assim, a metodologia utilizando diagrama de blocos, Fluxo de Potência, é adotada para o modelo proposto, a qual permite a divisão de um sistema em subsistemas, onde a partir do conhecimento de cada um dos mesmos, pode-se conhecer o comportamento do todo, por meio de suas relações de causa e efeito (Karnopp, 2006).

MATERIAIS E MÉTODOS

Neste trabalho, o veículo é composto por um motor de combustão à gasolina de 7,46 kW de potência, com rotação máxima de 4000 rpm \approx 420 rad/s, o qual tem a função de superar juntamente com o sistema de trem de força às resistências ao movimento (Lopes, 2015).

Segundo Jazar (2014), um polinômio de 2ª ordem pode representar a curva de torque de um motor, ao levar em consideração a velocidade angular de entrada.

$$T_m = P_1 + P_2\omega_m + P_3\omega_m^2 \quad (1)$$

Em motores à gasolina, P_1 , P_2 e P_3 pode ser calculados por:

$$P_1 = P_{max}/\omega_{max} \quad (2)$$

$$P_2 = P_{max}/\omega_{max}^2 \quad (3)$$

$$P_3 = -P_{max}/\omega_{max}^3 \quad (4)$$

Onde, P_{max} é a potência máxima fornecida pelo motor e ω_{max} , a velocidade angular do motor onde a potência máxima é atingida.

A transmissão do veículo proposto é constituída primeiramente de uma transmissão CVT dada por duas polias de diâmetro variado ligadas por uma correia dentada, cujo funcionamento é caracterizado por variar continuamente a relação fornecida, ao permitir a abertura de uma das polias e o fechamento da outra, alterando de forma simultânea a multiplicação de torque fornecido (Albuquerque, 2003; Crolla, 2009; Lopes, 2015).

É adotada a hipótese de operação contínua em potência máxima, fazendo com que o motor funcione por maior parte do tempo nessa máxima rotação ($\omega_{CVT} = \omega_{max}$) (Lopes, 2015).

Portanto, considerando a hipótese definida, a relação fornecida pela CVT (i_{CVT}), pode ser definida pela Equação 5.

$$i_{CVT} = \frac{\omega_{max}r_e}{i_{red}v_v} \quad (5)$$

Onde, r_e é o raio estático do pneu, i_{red} é a redução da transmissão secundária e v_v é a velocidade do veículo. Assim, o método de fluxo de potência para a CVT é:

$$T_{CVT} = i_{CVT}T_m \quad (6)$$

$$\omega_{CVT} = i_{CVT}\omega_{cx} \quad (7)$$

Onde, T_{CVT} e ω_{CVT} são o torque e velocidade angular de saída da CVT. As relações definidas para a CVT são, 3,71:1 (máxima) e 0,69:1 (mínima).

Vinculada à transmissão CVT, é utilizada uma transmissão secundária, pois a CVT não fornece redução e torque suficientes às rodas tratoras. Por este motivo é empregada uma caixa de redução com dois pares de engrenagens com relação fixa, onde no primeiro eixo, é recebido o torque proveniente da

CVT, o qual é transmitido pelo primeiro par de redução por engrenagens para um segundo eixo intermediário. Por fim, o torque gerado é fornecido para o terceiro eixo por meio do segundo par de redução, onde acoplam-se os semieixos mediante luvas de transmissão. São definidas relações iguais para os pares de engrenagem no valor de 3,18:1, apresentando as seguintes relações de torque e velocidade angular.

$$T_{cx} = i_{red1}i_{red2}T_{CVT} \quad (8)$$

$$\omega_{cx} = i_{red1}i_{red2}\omega_{roda} = i_{red}\omega_{roda} \quad (9)$$

Onde, T_{cx} é o torque de saída da caixa, ω_{cx} é a velocidade angular de saída da caixa, i_{red1} e i_{red2} tratam da redução definida para o primeiro e segundo par de engrenagens redutoras e ω_{roda} é a velocidade angular da roda.

Ao chegar às rodas, o torque gerado pela transmissão causa um efeito de compressão no pneu, na região anterior à região de contato da banda de rodagem, devido ao surgimento de uma força trativa na região de contato pneu-solo (Wong, 2001; Lopes, 2015). Com isso, o deslocamento do pneu é menor do que quando o mesmo apresenta-se em rolamento puro, dando origem ao deslizamento longitudinal (i) (Wong, 2001; Lopes, 2015)

$$i = \left(1 - \frac{v_v}{r_e\omega_{roda}}\right) * 100\% = \left(1 - \frac{r_d}{r_e}\right) * 100\% \quad (10)$$

Onde r_d é definido como raio dinâmico do conjunto roda-pneu.

Dessa forma, considerando o deslizamento longitudinal, diversos modelos teóricos como a Fórmula Mágica foram desenvolvidos.

Como a maioria de seus coeficientes não possuem significado físico e são obtidos empiricamente, o método apresentado levou o nome de Fórmula Mágica, a qual foi desenvolvida por Hans Pacejka e Bakker (Pacejka, 2006; Wong, 2001). O modelo é utilizado não só para o cálculo da força de tração, mas também para a previsão do comportamento do momento de auto-alinhamento e da força lateral. A formulação geral é dada pela Equação 11 (Pacejka, 2006; Wong, 2001), onde neste trabalho só leva-se em consideração a força longitudinal de tração.

$$y(x) = D \operatorname{sen}\{C \arctan[Bx - E(Bx - \arctan(Bx))]\} + s_v \quad (11)$$

Onde:

$$x = X + s_h \quad (12)$$

$$Y(X) = y(x) + s_v \quad (13)$$

Para o cálculo da força trativa, X é o deslizamento longitudinal e devido ao fato de os demais parâmetros não possuírem significado físico, exceto [$Y(X)$ (força trativa), X (deslizamento longitudinal) e D (amplitude da curva força trativa em função do deslizamento)], a Tabela 1, apresenta o cálculo dos demais parâmetros que definem a Fórmula Mágica para o estudo da dinâmica longitudinal.

Tabela 1: Parâmetros do modelo de pneu

	Parâmetros	Coefficientes
$Y(X) = F_x$	$BCD = (b_3W^2 + b_4W)\exp(-b_5W)$	$b_0 = 1,4$
$X = i$	$E = (b_6W^2 + B_7W + b_8)(1 - b_{13}\operatorname{sn}g(i + s_h))$	$b_2 = 0,9$
$\mu = b_1W + b_2$	$B = BCD/CD$	$b_4 = 0,3$
$D = \mu W$	$s_h = b_9W + b_{10}$	$b_{10} = 10$
$C = b_0$	$s_v = b_{11}W + b_{12}$	$b_{1,3,5\dots13} = 0$

Como resistências ao movimento, são consideradas a resistência aerodinâmica e a resistência à rolagem. A resistência aerodinâmica (Equação 14) surge devido à passagem do ar sobre o veículo, gerando arrasto (Gillespie, 1992).

$$R_A = \frac{1}{2} c_d \rho A v_v^2 \quad (14)$$

Onde, para o veículo estudado, c_d é o coeficiente de arrasto aerodinâmico, no valor de 0,9; ρ é a densidade do ar e igual a $1,255 \text{ kg/m}^3$, A é a área frontal ($0,98 \text{ m}^2$) e v_v é a velocidade longitudinal do veículo (em m/s).

Já a resistência à rolagem surge com o movimento da roda, onde a distribuição de tensão na região de contato se comporta de forma não uniforme, gerando assim, uma força resultante F_z deslocada do eixo perpendicular no centro da roda (Jazar, 2014). A força resistente à rolagem (F_{RR}) pode ser obtida relacionando o fator de resistência à rolagem (f_{RR}) ao peso total do veículo (W_t) (Wong, 2001).

$$F_{RR} = f_{RR} W_t \quad (15)$$

Apesar de poder ser calculado, o fator de resistência ao rolamento sofre influência do material constituinte dos pneus, material, pressão interna e temperatura, sendo bastante difícil de se obter experimentalmente (Lopes, 2015). Assim, levando em consideração um pneu com pressão interna de 10 PSI $\approx 69,5 \text{ kPa}$ e que trafega em terreno médio e não pavimento, característico de terrenos fora de estrada, pode-se adotar, conforme a literatura (Wong, 2001), o valor de 0,1 para este fator.

Assim, com o apresentado até aqui, pode-se portanto definir a equação de movimento das rodas tratoras (Equação 16), bem como do veículo por inteiro (Equação 17).

$$I_{roda} \dot{\omega}_{roda} = T_{roda} - T_{Fx} - T_{FRR} \quad (16)$$

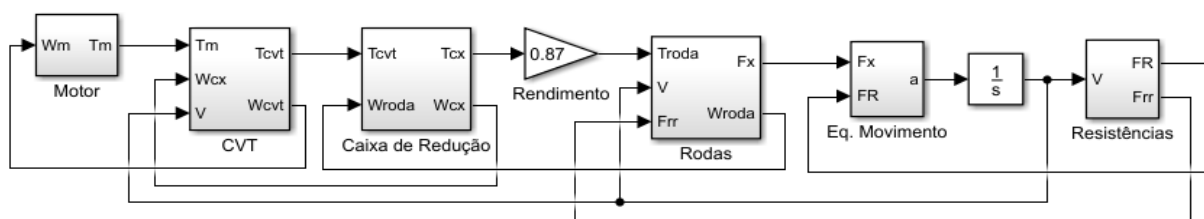
$$m_t \ddot{x} = F_x - F_{RR} - R_A = F_x - F_R \quad (17)$$

Onde, I_{roda} é o momento de inércia do conjunto roda-pneu ($1,5 \text{ kg.m}^2$), $\dot{\omega}_{roda}$ é a aceleração angular da roda, T_{roda} é o torque de tração advindo do sistema de transmissão, T_{Fx} é o torque devido à força trativa e T_{FRR} é o torque devido à força de resistência ao rolamento. A massa total do veículo é denominada m_t , \ddot{x} é a aceleração longitudinal do veículo, F_x é a força trativa e F_R é a resultante da soma das forças de resistência ao movimento (rolamento e arrasto aerodinâmico).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados da modelagem realizada podem ser verificados nas Figuras de 1 a 5. É utilizado um veículo de massa igual à 300 kg, com roda de raio igual à 0,30 m e rendimento de 87% do sistema de transmissão.

Figura 1. Diagrama de blocos do modelo



A Figura 1 apresenta o modelo desenvolvido em diagrama de blocos da dinâmica longitudinal do veículo proposto, no ambiente Simulink® do MATLAB®, seguindo o modelo físico real (Figura 2).

No gráficos de resultados obtidos, pode-se observar primeiramente na Figura 3, a variação da força de tração em função do deslizamento longitudinal, onde a curva é interrompida devido ao fato de não se atingir 100% de deslizamento, o que é corroborado na Figura 4. Dessa forma, não há a ocorrência de rotação do conjunto roda-pneu com a ausência de deslocamento longitudinal do mesmo.

Figura 2. Driveline utilizado

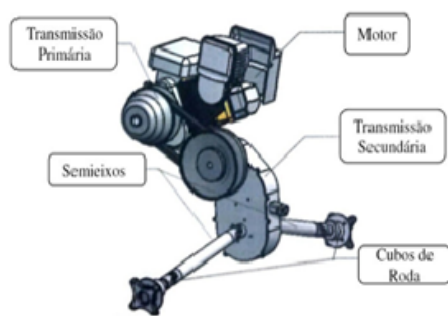


Figura 4. Deslizamento x tempo (s)

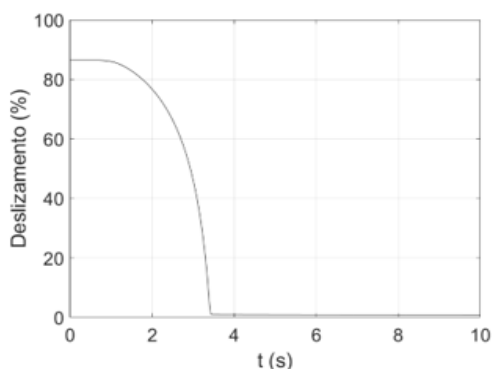


Figura 3. Força trativa (N) x deslizamento

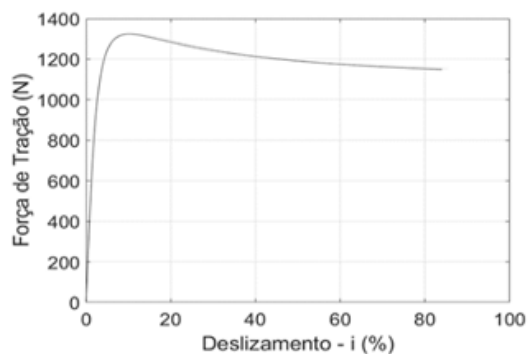
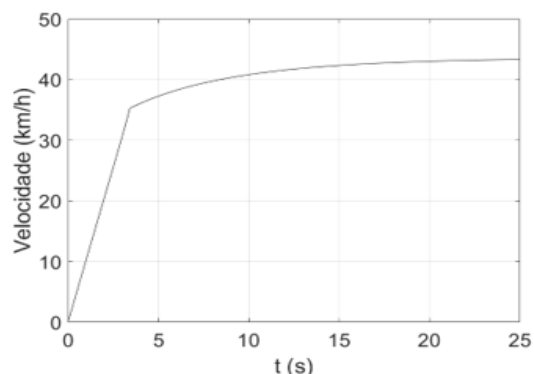


Figura 5. Velocidade (km/h) x tempo (s)



A velocidade para um veículo com as características propostas (Figura 5), trafegando sobre terrenos fora de estrada é reduzida significativamente, se comparado a veículos trafegando em asfalto seco. O que pode ser verificado em resultados recentes da competição Baja SAE 2018, onde a velocidade alcançada pelos protótipos que utilizam características próximas ao veículo estudado, se encontra no range de $34,4 \leq v \text{ (km/h)} \leq 52,62$ (SAE, 2018), validando assim o modelo proposto por este trabalho.

CONCLUSÃO

Neste trabalho foi modelado por Diagrama de Blocos a dinâmica longitudinal de um veículo off-road, utilizando a formulação de Pacejka para a melhor representação física da interface pneu-solo.

Os resultados apresentados foram considerados satisfatórios e condizentes com a realidade do problema apresentado. Além disso, os resultados serviram como forma de se verificar a viabilidade da utilização do modelo no estudo de veículos tipo Baja, podendo servir como base para futuros testes de campo experimentais.

REFERÊNCIAS

- Albuquerque, A. A. Caracterização da resposta dinâmica de uma CVT por polias expansíveis. Campinas: Unicamp, 2003. 204f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica).
- Crolla, D. A. Automotive engineering: powertrain, chassis system and vehicle body. Burlington: Butterworth-Heinemann, 2009.
- Gillespie, T. D. Fundamentals of vehicle dynamics. 1.ed. Warrendale: SAE, 1992.
- Jazar, R. N. Vehicle dynamics: theory and application. 2.ed. New York: Springer, 2014.
- Karnopp, D. C., et al. System dynamics: modeling and simulation of mechatronic systems. 4.ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2012.
- Lopes, E. D. R. Análise do comportamento dinâmico de um veículo leve 4 x 4 com sistema de controle de tração. Rio de Janeiro: IME, 2015. 94f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica).
- Naunheimer, H., et al. Automotive transmissions. 2.ed. New York: Springer, 2011.
- Pacejka, H. B. Tyre mechanics and vehicle dynamics. 2.ed. Burlington: Butterworth-Heinemann, 2006.
- SAE. 24ª Competição Baja SAE BRASIL. 2018. Disponível em: https://bajasaebrasil.online/prova.php?id=18BR_VEL. Acesso em: 28 de março de 2018.
- Wong, J. Y. Theory of ground vehicles. 3.ed. New York: John Wiley & Sons, 2001.