

ANÁLISE DE LAJES MACIÇAS DE CONCRETO ARMADO PELA ANALOGIA DE GRELHA

GILVAN AUGUSTO NAVA^{1*}, LETICIA BARIZON COL DEBELLA^{2*}; PATRÍCIA LUIZA MOSCON FREISLEBEN³; RODRIGO VILLACA SANTOS⁴

¹Graduando em Engenharia Elétrica, UTFPR, Pato Branco-PR, gio_boser@hotmail.com

²Mestranda em Engenharia Civil, UFPR, Curitiba-PR, leticiacoldebella@hotmail.com

³Mestranda em Engenharia Civil, UFPR, Curitiba-PR, patriciafreisleben@hotmail.com

⁴Dr. Em Engenharia Mecânica, Professor, UTFPR, Pato Branco-PR rodrigo@utfpr.edu.br

Apresentado no

Congresso Técnico Científico da Engenharia e da Agronomia – CONTECC'2016
29 de agosto a 1 de setembro de 2016 – Foz do Iguaçu, Brasil

RESUMO: Para o estudo do comportamento das lajes maciças, diversos modelos matemáticos têm sido propostos. Dentre os processos que possibilitam a consideração da estrutura no seu aspecto tridimensional, destaca-se o processo da analogia de grelha, que vem sendo utilizado nos softwares comerciais de cálculo de estruturas. Uma grande vantagem do método é poder simular a perda de rigidez do concreto, devido por exemplo à fissuração, aplicando um coeficiente de redução de rigidez à torção nas barras da grelha modelada. Diferentemente da analogia de grelha, o método analítico tradicional do cálculo de lajes decompõe a estrutura em lajes e vigas para a análise individual de cada elemento, e essa simplificação nem sempre traduz o comportamento real da estrutura. Paralelamente a isso, hoje se tem a necessidade de redução de custos em todas as etapas das construções, que inclui fases de projeto mais curtas e eficientes. Assim, o projetista precisa ter conhecimento a respeito dos modelos ideais adotados para análise, bem como os coeficientes a serem utilizados nos cálculos. Conhecimento este, que proporciona uma tomada de decisão mais eficiente, garantindo a segurança das estruturas. Sendo assim, para avaliar os valores dos coeficientes de redução de rigidez à torção existentes na literatura, foram comparados os valores dos momentos fletores obtidos através da analogia de grelha de uma laje quadrada, com o auxílio do *software* SAP2000. Por meio desses comparativos, pode-se observar mudanças significativas nos valores dos momentos fletores, reforçando a validação e a importância desse estudo.

PALAVRAS-CHAVE: Lajes Maciças; Momentos Fletores; Analogia de Grelha.

ANALYSIS OF SLABS OF MASSIVE CONCRETE BY GRILLAGE ANALOGY

ABSTRACT: To study the behavior of massive slabs, several mathematical models have been proposed. Among the processes that allow the consideration of the structure in its three-dimensional aspect, it highlights the grillage analogy process, which has been used in commercial software structures calculation. A major advantage of the method is able to simulate the loss of concrete stiffness due to cracking for example, applying stiffness reduction coefficient torsion bars in the patterned grid. Unlike grillage analogy, the traditional analytical method slabs calculation breaks down the structure in slabs and beams for the individual analysis of each element, and this simplification does not always reflect the actual behavior of the structure. Parallel to this, today is the need to reduce costs in all stages of construction, which includes phases of shorter and more efficient design. Thus, the designer must have knowledge about the ideal models used for analysis, and the coefficients to be used in the calculations. This knowledge, which provides a more efficient decision making, ensuring the safety of the structures. Thus, to evaluate the values of the stiffness reduction coefficients to the existing twist in the literature were compared to the values of the bending moment obtained by grillage analogy of a square slab, with the aid of SAP2000 software. Through these comparisons, we can observe significant changes in the values of bending moments, reinforcing the validation and the importance of this study.

KEYWORDS: Massive Slabs; Bending Moments; Grillage Analogy.

INTRODUÇÃO

A analogia de grelha é um método bastante usado para análise de lajes, principalmente devido a sua facilidade de modelagem e compreensão. Outro método conhecido é a teoria de Kirchhoff (Timoshenko, Woinowsky, 1959), a qual descreve satisfatoriamente o comportamento de lajes delgadas. No entanto, a analogia de grelha permite uma análise tridimensional e integrada entre todos os componentes da estrutura.

O procedimento consiste em substituir a laje por uma malha equivalente de barras, onde a rigidez à torção (J) e à flexão (I) do elemento são concentradas nessas barras.

Quando se tratam de lajes maciças de concreto, é necessário que se leve em consideração uma característica peculiar do material, que é a fissuração devido por exemplo, a sua retração. Na modelagem computacional, uma forma de representar a perda de rigidez é reduzir o fator de rigidez à torção das barras da grelha.

Sendo assim, o objetivo desse trabalho é visualizar a influência nos momentos fletores de uma laje maciça de concreto, quando se utilizam diferentes fatores de redução da rigidez à torção existentes na literatura, a fim de representar de uma forma realística o comportamento estrutural da laje.

MÉTODO

Através do *software* SAP2000, foram calculados os momentos fletores de uma laje maciça de concreto. Nesse modelo foram aplicados diferentes coeficientes de redução da rigidez à torção nas barras da grelha. A rigidez é calculada pelo *software*, e os valores numéricos das reduções são introduzidos em cada caso. Segundo Stramandinoli (2003), não existe uma regra geral para o cálculo da rigidez à torção, existindo vários métodos na literatura. Foi constatado que o SAP2000 utiliza as fórmulas propostas por Gere e Weaver (1981) para esse cálculo, representadas por:

$$J = \alpha e^3 f, \quad (01)$$

$$\alpha = \frac{1}{3} + 0,21 \frac{e}{f} + 1 - \frac{e^4}{12f^4} \quad (02)$$

sendo (J) a rigidez à torção, (e) a menor dimensão da seção do elemento e (f) a maior dimensão da seção.

Neste trabalho os valores numéricos das reduções à rigidez à torção foram aplicadas segundo:

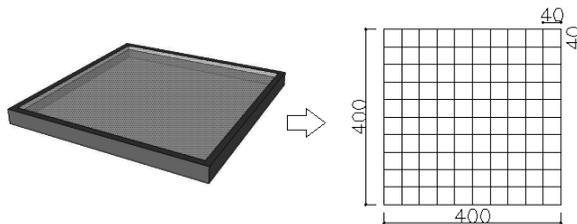
- Süssekind (1987) que sugere adotar apenas 1/5 do valor dessa rigidez, ou seja, 20% do seu valor.
- NBR 6118/2014, no item 14.7.6.2 recomenda reduzir a rigidez à torção para 15% do seu valor.
- Hambly (1976) propõe que se use a relação de $J = 2I$, ou seja, a rigidez à torção seja o dobro da rigidez a flexão. Para o caso de uma grelha de 40x40 centímetros, é necessário que se reduza a 59% a rigidez à torção, para que a relação $J = 2I$ seja atendida.

Ainda, para efeitos de comparação, foi modelada uma laje sem nenhuma redução da rigidez.

EXEMPLO NUMÉRICO

Neste estudo foi utilizada uma laje maciça de concreto, quadrada, com 4 metros de lado, espessura de 10 centímetros, apoiada sobre vigas de seção 12x30 centímetros, e considerada engastada em duas bordas adjacentes. A figura 1 mostra a laje e a grelha equivalente com suas dimensões, com barras espaçadas a cada 40 centímetros.

Figura 1. Laje maciça e sua grelha equivalente espaçada em 40 centímetros, de lado 400 centímetros.



O concreto utilizado possui as seguintes propriedades: resistência a compressão característica (f_{ck}) 25 MPa, coeficiente de Poisson $\nu = 0,2$, módulo de elasticidade $E = 25$ GPa. Cada barra da grelha possui uma seção de 40x10 centímetros, devido ao espaçamento e a espessura da laje. Uma carga de 750 kgf/m² foi atribuída à laje, e por área de influência, cada barra recebe 150 kgf/m.

ANÁLISE DOS RESULTADOS

A tabela 1 mostra um comparativo dos resultados dos momentos fletores em “x” (M_x) e em “y” (M_y), positivos e negativos, com suas respectivas reduções da rigidez à torção, e ainda o valor do momento torsor (M_t) para enfatizar a teoria envolvida. No caso, como a laje é quadrada, os momentos fletores em “x” (M_x) e em “y” (M_y) são iguais.

Tabela 1. Momentos fletores (M_x e M_y) e momento torsor (M_t), referentes as reduções da rigidez à torção.

	S/ REDUÇÃO	HAMBLY	SÜSSEKIND	NBR 6118
	J=100%	J=2I J=59%	J=20%	J=15%
$M_{x+}=M_{y+}$ (kgf.m/m)	274	313	426	444
$M_{x-}=M_{y-}$ (kgf.m/m)	751	808	937	954
M_t (kgf.m/m)	360	270	127	97

Com base nos resultados obtidos expostos na tabela 1, verificou-se que quando a analogia de grelha é aplicada a uma laje maciça de concreto sem redução da rigidez à torção, o valor do momento torsor é máximo. Essa relação implica que há uma descontinuidade na distribuição de momento fletor na laje. À medida que a rigidez à torção sofre redução, o valor do momento torsor diminui, e o momento fletor aumenta, atenuando essa descontinuidade.

As figuras 2 e 3 evidenciam a descontinuidade citada anteriormente para dois casos específicos. Na figura 2 a laje encontra-se sem redução da rigidez à torção, e em seguida, na figura 3, com a rigidez reduzida a 15% do seu valor total, conforme recomenda a NBR 6118 (2014). Percebe-se, analisando as figuras, que quanto mais reduzida a rigidez à torção, mais atenuado o gráfico fica.

Figura 2. Diagrama de momento fletor da laje sem redução da rigidez torção, e a descontinuidade nos nós das barras provocada pelo momento torsor.

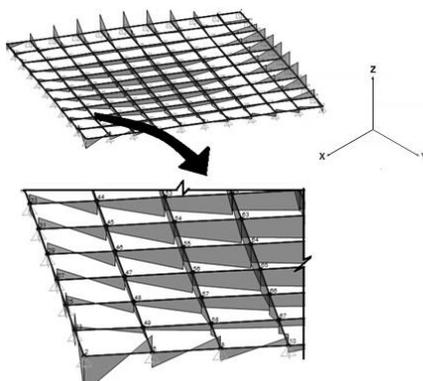
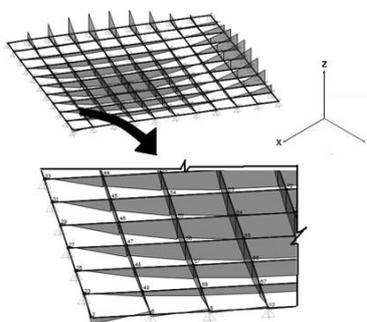


Figura 3. Diagrama de momento fletor da laje com 15% da rigidez à torção, segundo a NBR 6118, e a descontinuidade nos nós das barras mais atenuada.



CONCLUSÕES

O presente trabalho buscou avaliar a influência da rigidez à torção nos valores de momento fletor de uma laje maciça de concreto. O momento fletor é um dado importante para as estruturas de concreto armado, pois é uma das principais informações que norteiam todo o dimensionamento da peça. A laje foi então modelada computacionalmente pelo método da analogia de grelha. Foram testadas hipóteses a respeito dos coeficientes de redução da rigidez à torção existentes na literatura, e os valores obtidos de momento fletor foram comparados.

Analisando os dados obtidos, percebe-se que os valores de reduções da rigidez à torção modelados nesse trabalho, resultam em uma divergência significativa na ordem de grandeza dos momentos fletores da laje. No caso do momento fletor positivo, a diferença entre os resultados com 15% do valor total da rigidez, conforme a NBR 6118, e sem nenhuma redução, chega a 62%.

Ainda em relação aos valores de momento fletor, pode-se inferir que em uma situação prática de modelagem, não considerar a diminuição da rigidez à torção da laje vai contra a segurança, pois subestima os valores dos momentos fletores. Dessa forma, o dimensionamento posterior da estrutura seria errôneo, e a mesma poderia colapsar.

Portanto, considerar a redução da rigidez à torção na modelagem computacional de lajes maciças de concreto é uma forma coerente de se obter resultados condizentes com a realidade. Dessa forma, supõe-se que a região efetiva de concreto que irá ser solicitada aos esforços de torção foi reduzida. Ainda, dentre os valores efetivos dessa redução testados no presente trabalho, a adoção de 15% do valor total da rigidez é uma consideração razoável na modelagem, pois além de atender a norma vigente NBR 6118, resulta em valores de momento fletor favoráveis a segurança estrutural.

REFERÊNCIAS

Timoshenko S. P.; Woinowsky- Krieger, S. Theory of plates and shells, McGraw – Hill Kogakusha, Ltda, 1959

Stramandinoli, J. S. B. Contribuições à análise de lajes nervuradas por analogia de grelha. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, Florianópolis, 2003.

Gere J. M.; Weaver JR, W. Análise de Estruturas Reticuladas. Editora Guanabara Dois S. A. Rio de Janeiro – RJ, 1981.

Süssekind, J. C Curso de Análise Estrutural Volume III, Editora Globo, Rio de Janeiro, 1987.

Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), NBR 6118/2014, Projeto e execução de obras de concreto armado, Rio de Janeiro, 2014

Hambly, E. C., Bridge deck behavior. London, Chapman and Hall, 1976