

ESTUDO DE TRAJETÓRIAS BALÍSTICAS DE UM PROJÉTIL 155 mm

ANDRÉ LUIZ TENÓRIO REZENDE¹, RODRIGO DE AZEVEDO RODRIGUES PAULO², VICTOR SANTORO SANTIAGO³ e GUSTAVO SIMÃO RODRIGUES⁴

¹Dr. em Engenharia Mecânica, Prof. Titular, IME, Rio de Janeiro-RJ, arezende@ime.eb.br;

²Graduado em Engenharia Mecânica, Mestrando, IME, Rio de Janeiro-RJ, rodrigo.azevedo@ime.eb.br;

³Dr. em Engenharia Mecânica, Prof. Titular, IME, Rio de Janeiro-RJ, santoro@ime.eb.br;

⁴Dr. em Engenharia Mecânica, Prof. Titular, IME, Rio de Janeiro-RJ, simao@ime.eb.br

Apresentado no
Congresso Técnico Científico da Engenharia e da Agronomia – CONTECC
7 a 10 de outubro de 2024

RESUMO: Este artigo tem como objetivo comparar as diferentes trajetórias de um projétil de artilharia de 155 mm ao alterar o ângulo de seu bordo de fuga, também conhecido como *boattail*. Para tal, foi desenvolvido um programa computacional iterativo de análise numérica onde as equações diferenciais da trajetória do projétil são resolvidas com 4 graus de liberdade, ou seja, através do método da massa-ponto modificado. Para resolver o sistema de equações diferenciais, é utilizado o método Runge-Kutta de 4ª ordem. O ângulo do *boattail* é uma característica geométrica que está diretamente relacionada à força de arrasto de base sofrida pela munição. Além disso, a magnitude da força de arrasto tem grande influência no alcance do tiro e este, por sua vez, é de grande relevância para o desenvolvimento de um projétil. Os coeficientes aerodinâmicos são obtidos através de um software de análise balística. Ele gera os coeficientes aerodinâmicos para cada ângulo de *boattail* em função do número Mach. Esses valores são então usados como dados de entrada no código-fonte e assim a simulação pode ser realizada. Os resultados obtidos são validados por dados existentes na literatura e destacam variações nas trajetórias, mostrando que o alcance máximo pode ser obtido através da determinação de um ângulo ideal de *boattail*.

PALAVRAS-CHAVE: aerodinâmica, massa-ponto modificado, método de Runge-Kutta.

STUDY OF BALLISTIC TRAJECTORIES OF A 155 mm PROJECTILE

ABSTRACT: This article aims to compare the different trajectories of a 155 mm artillery shell when changing the angle of its trailing edge, also known as *boattail*. To this end, an iterative numerical analysis computer program was developed where the differential equations of the projectile trajectory are solved with 4 degrees of freedom, that is, through the modified point-mass method. When solving the system of differential equations, the 4th order Runge-Kutta method is used. The trailing edge angle is a geometric characteristic that is directly related to the base drag force experienced by the ammunition. Furthermore, the magnitude of the drag force has a great influence on the firing range and this, in turn, is of great relevance for the development of a projectile. The aerodynamic coefficients are obtained using a ballistic analysis software. It generates the aerodynamic coefficients for each *boattail* angle as a function of Mach number. These values are then used as input data in the source code and thus the simulation can be performed. The results obtained are validated by existing data in the literature and highlight variations in trajectories, showing that the maximum range can be obtained by determining an ideal *boattail* angle.

KEYWORDS: aerodynamics, modified point-mass, Runge-Kutta method.

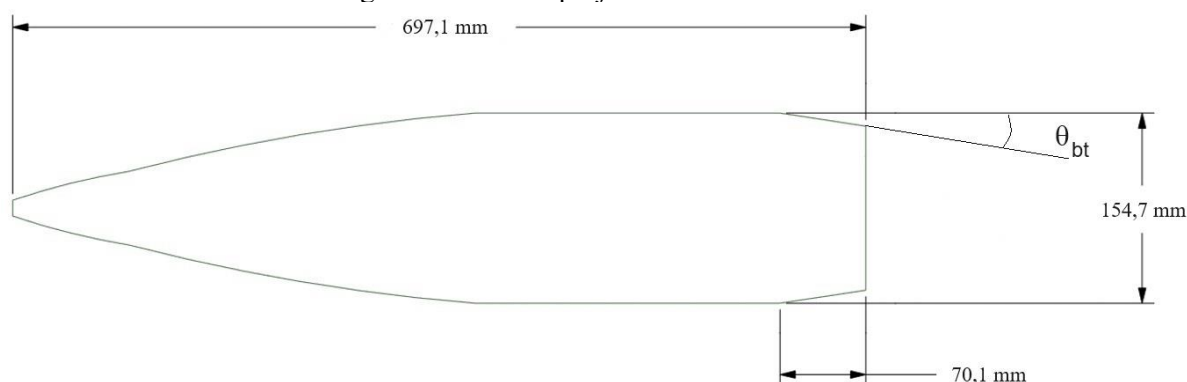
INTRODUÇÃO

De acordo com Sor (2012), o corpo de um projétil convencional de 155 mm geralmente começa com uma forma ogival aerodinâmica na porção anterior e termina com o *boattail* em sua base para eficiência aerodinâmica. Foi popularizado durante a Segunda Guerra Mundial e, desde então, as modificações no design do projétil foram mínimas. O projétil de artilharia de 155 mm não é autopropulsado e, portanto, dada a carga propulsora utilizada e a configuração do canhão, o alcance do tiro depende de suas características geométricas.

Uma vez em voo, o projétil é submetido às forças e momentos aerodinâmicos, e à aceleração da gravidade. A força de arrasto aerodinâmico atua na direção oposta à velocidade do projétil e contribui significativamente para a redução do alcance. Sahu et al. (1986) propôs que a força de arrasto total fosse dividida em três componentes: arrasto de pressão (excluindo o de base), arrasto viscoso (atrito superficial) e arrasto de base. Esse último tem magnitude que pode representar até 50% do arrasto total.

O arrasto de base é causado pela região de esteira (baixa pressão) formada na parte posterior do projétil devido à separação do escoamento. Várias técnicas podem ser usadas para reduzi-lo em um projétil em voo. Dentre elas, o *boattail* será o foco deste artigo. Ele consiste na redução do diâmetro de base em relação ao diâmetro do corpo cilíndrico, o que cria um ângulo de *boattail* θ_{bt} (Figura 1). Suliman et al. (2009) observa que o uso do *boattail* visa reduzir a área de vórtices atrás da base, de modo que o vórtice forte seja substituído por um menor e mais fraco, e a pressão aumente.

Figura 1. Perfil do projétil 155 mm.



O arrasto de onda é um componente do arrasto de pressão devido aos efeitos de compressibilidade do ar. Embora a técnica do *boattail*, com uma angulação cada vez maior, reduza o arrasto de base, ela aumenta o arrasto de onda. Portanto, um valor ótimo para θ_{bt} é o resultado de um balanço entre o aumento do arrasto de onda e a redução do arrasto de base. O objetivo desse trabalho é comparar as trajetórias do projétil 155 mm para diversos valores de θ_{bt} .

MATERIAL E MÉTODOS

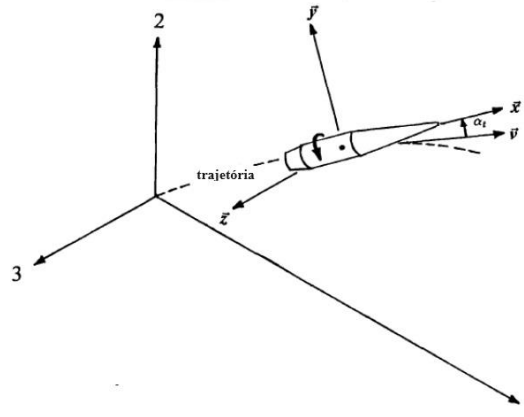
Existem vários métodos para formular as equações da trajetória de um projétil, por exemplo: a trajetória no vácuo, a de quatro graus de liberdade, a de seis graus de liberdade, etc. Porém, a trajetória de seis graus de liberdade (6-DOF) se destaca entre as demais pela precisão. Segundo McCoy (1999), a integração numérica das equações diferenciais de movimento da trajetória 6-DOF fornece a solução mais precisa possível, desde que todas as características aerodinâmicas, forças, momentos e condições iniciais sejam conhecidas com um alto grau de precisão.

Embora a trajetória 6-DOF seja muito precisa, o tempo computacional necessário para a solução numérica do sistema de equações diferenciais é grande. Isto se deve ao pequeno passo iterativo de tempo necessário para que a solução numérica produza o movimento epicíclico de alta frequência de arfagem e guinada do projétil. Uma formulação mais simples, que possui boa precisão e requer menos tempo de execução é a trajetória de quatro graus de liberdade conhecida como massa-ponto modificado (MPM). Ela considera esse movimento pequeno ao longo de toda a trajetória, o que é verdade para projéteis rotacionalmente simétricos, exceto na região próxima ao apogeu para altos valores de ângulo de elevação do tiro.

O eixo do projétil não é alinhado com o vetor velocidade durante o voo. O ângulo entre eles é chamado de guinada total. A variação no tempo da guinada total pode ser entendida como a soma de dois movimentos: o primeiro define o ângulo conhecido como guinada de repouso, cujo movimento é quase-estático. Um projétil em rotação tende a alinhar seu eixo de simetria à guinada de repouso de forma constante e previsível. O segundo é o movimento epicíclico em torno da guinada de repouso.

O sistema de coordenadas ortogonal adotado por McCoy (1999) para o movimento do projétil é utilizado (Figura 2). A origem é posicionada na boca do armamento e os eixos são numerados: 1, 2 e 3. Considere ainda o vetor unitário \vec{x} , que está apoiado no eixo de simetria do projétil apontando na direção do movimento e o ângulo de guinada total α_t (combinação da arfagem e guinada), que é o ângulo entre o vetor velocidade \vec{v} e \vec{x} .

Figura 2. Sistema de coordenadas para a trajetória MPM (McCoy, 1999).



Dessa forma, desprezando-se a força de Coriolis e a velocidade do vento, o sistema de equações diferenciais que descreve a trajetória MPM pode ser escrito na forma das Equações 1, 2, 3 e 4. Onde m é a massa, t é o tempo, ρ é a densidade do ar, I_x é o momento de inércia axial, d é o diâmetro de referência ($d = 0,1547$ m), A_{ref} ($A_{ref} = 0,0188$ m²) é a área de referência, V é o módulo do vetor velocidade, V_1 , V_2 e V_3 são as componentes do vetor velocidade, p_x é a taxa de rotação axial, C_D é o coeficiente de força de arrasto, $C_{L\alpha}$ é o coeficiente de força de sustentação, $C_{Np\alpha}$ é o coeficiente de força Magnus, C_{lp} é o coeficiente do momento de amortecimento de rotação, $C_{M\alpha}$ é o coeficiente do momento de arfagem e g_2 é o módulo da aceleração da gravidade ($g_2 = -9,81$ m/s²).

$$\frac{dV_1}{dt} = -\frac{\rho A_{ref} C_D}{2m} V V_1 + \frac{I_x g_2 C_{L\alpha}}{m d C_{M\alpha} V^2} p_x V_3 - \frac{I_x g_2 C_{Np\alpha}}{m C_{M\alpha} V^4} p_x^2 V_1 V_2 \quad (1)$$

$$\frac{dV_2}{dt} = -\frac{\rho A_{ref} C_D}{2m} V V_2 + \frac{I_x g_2 C_{Np\alpha}}{m C_{M\alpha} V^4} p_x^2 (V_1^2 + V_3^2) + g_2 \quad (2)$$

$$\frac{dV_3}{dt} = -\frac{\rho A_{ref} C_D}{2m} V V_3 - \frac{I_x g_2 C_{L\alpha}}{m d C_{M\alpha} V^2} p_x V_1 - \frac{I_x g_2 C_{Np\alpha}}{m C_{M\alpha} V^4} p_x^2 V_2 V_3 \quad (3)$$

$$\frac{dp_x}{dt} = \frac{\rho A_{ref} d^2 C_{lp}}{2 I_x} V p_x \quad (4)$$

Todos os coeficientes aerodinâmicos presentes nas equações são funções do número de Mach e obtidos em tabelas geradas pelo programa de cálculos balísticos PRODAS. Essas tabelas são inseridas em um código-fonte escrito em MATLAB para resolver a trajetória MPM através do método de Runge-Kutta. Além disso, a variação de ρ com a altitude é considerada no código-fonte através das equações do modelo padrão de atmosfera (ICAO, 1993). I_x e m também se alteram com a variação de θ_{bt} . As componentes da posição do projétil (X_1 , X_2 e X_3) em um instante $t = \tau$ são dadas pela Equação 5:

$$X_1(\tau) = \int_0^\tau V_1(t) dt ; X_2(\tau) = \int_0^\tau V_2(t) dt ; X_3(\tau) = \int_0^\tau V_3(t) dt \quad (5)$$

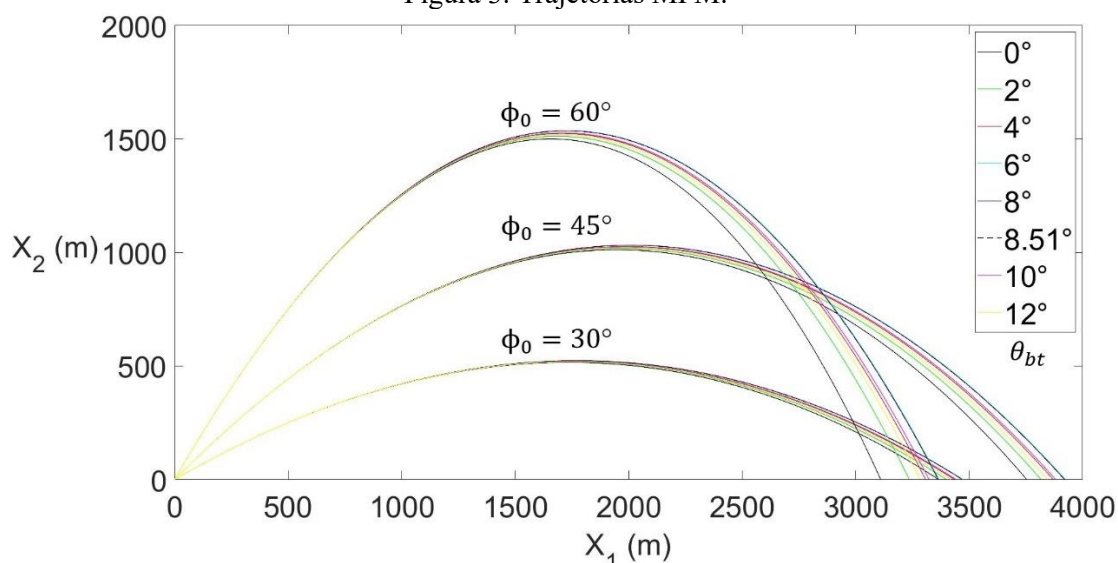
RESULTADOS E DISCUSSÃO

Conforme mencionado anteriormente, a origem do sistema de coordenadas é posicionada na boca do armamento e o alcance do projétil é definido como o deslocamento na direção 1 até o ponto em que a componente da posição na direção 2 se torne nula novamente (Figura 2). A orientação inicial do projétil é dada pelos ângulos ϕ_0 e θ_0 que o eixo de simetria faz com os planos 1-3 e 1-2 respectivamente. Para esse trabalho, considera-se $\theta_0 = 0$. A trajetória é calculada para três valores de ϕ_0 ($\phi_0 = 30^\circ$, $\phi_0 = 45^\circ$ e $\phi_0 = 60^\circ$). O módulo da velocidade inicial é dado por $V_0 = 207,3$ m/s e a rotação inicial por $p_{x_0} = 420$ rad/s. Com isso, as condições iniciais para o sistema de equações diferenciais estão definidas.

O código-fonte escrito em MATLAB é validado através de comparação com os resultados gerados pelo PRODAS e pela tabela de tiro do projétil 155 mm (documento contendo dados empíricos sobre o projétil). Tanto no PRODAS quanto na tabela de tiro, é possível fixar V_0 e θ_0 e diversos valores para o alcance. Com isso, obtêm-se os valores de ϕ_0 , V_0 , θ_0 e os valores de ϕ_0 obtidos são, então, aplicados ao código-fonte para calcular o alcance e compará-lo ao valor fixado pelo PRODAS e pela tabela de tiro. Para a validação, o ângulo de *boattail* utilizado é o original do projétil ($\theta_{bt} = 8,51^\circ$). Os desvios são menores que 1 % para a maior parte dos valores de ϕ_0 . A exceção se dá para ϕ_0 elevados, o que é esperado para a trajetória MPM.

Após a validação do código-fonte, a trajetória MPM é calculada para oito geometrias diferentes do projétil ($\theta_{bt} = 0^\circ$, $\theta_{bt} = 2^\circ$, $\theta_{bt} = 4^\circ$, $\theta_{bt} = 6^\circ$, $\theta_{bt} = 8^\circ$, $\theta_{bt} = 8,51^\circ$, $\theta_{bt} = 10^\circ$ e $\theta_{bt} = 12^\circ$). Observa-se que as geometrias sem *boattail* e com o *boattail* original do projétil foram incluídas na análise. Os resultados são mostrados na Figura 3.

Figura 3. Trajetórias MPM.



Através do destaque dado a região de impacto nas figuras 4, 5 e 6, é possível visualizar melhor as diferenças no alcance para cada um dos três valores de ϕ_0 considerados ($\phi_0 = 30^\circ$, $\phi_0 = 45^\circ$ e $\phi_0 = 60^\circ$). A legenda de cores para os valores de θ_{bt} é a mesma utilizada na Figura 3.

Figura 4. Trajetórias MPM ($\phi_0 = 30^\circ$).

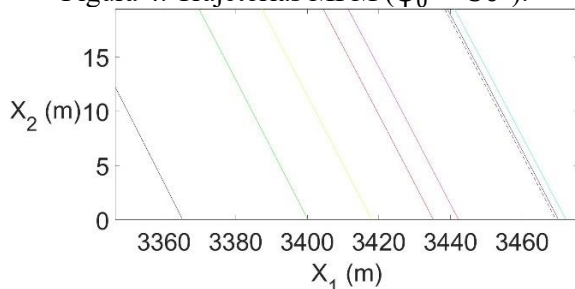


Figura 5. Trajetórias MPM ($\phi_0 = 45^\circ$).

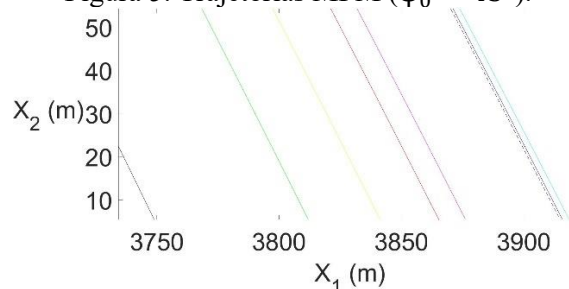
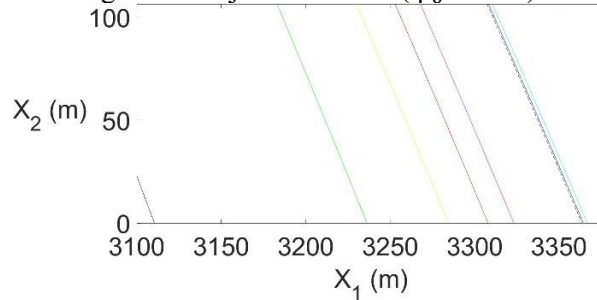


Figura 6. Trajetórias MPM ($\phi_0 = 60^\circ$).



CONCLUSÃO

As trajetórias mostram um aumento no alcance de 107,2 m (3,19 %) para $\phi_0 = 30^\circ$, de 170,0 m (4,53 %) para $\phi_0 = 45^\circ$ e de 256,2 m (8,24 %) para $\phi_0 = 60^\circ$. Essa melhoria diz respeito à diferença entre o alcance máximo ($\theta_{bt} = 6^\circ$) e o alcance mínimo ($\theta_{bt} = 0^\circ$). Também pode ser notado que não há diferença significativa entre os alcances quando $\theta_{bt} = 6^\circ$, $\theta_{bt} = 8^\circ$ e $\theta_{bt} = 8,51^\circ$. Isso está de acordo com McCoy (1999) que destaca o fato de que os coeficientes aerodinâmicos não se alteram significativamente para variações de θ_{bt} entre 5° e 9° , não se alterando, dessa forma, as trajetórias. O maior alcance calculado é para $\theta_{bt} = 6^\circ$ e não para $\theta_{bt} = 8,51^\circ$ (*boattail* original do projétil 155 mm). A explicação é que esse trabalho não considera outros fatores importantes no projeto de um projétil (como a geometria interna, por exemplo). No entanto, a diferença no alcance entre esses dois ângulos é inferior a 0,1 % e os resultados são considerados satisfatórios quando comparados com a literatura sobre o tema.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos o suporte financeiro fornecido pela Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e pelo Instituto Militar de Engenharia (IME) do Exército Brasileiro.

REFERÊNCIAS

- ICAO. Manual of the ICAO Standard Atmosphere: extended to 80 kilometres. 3. ed. Montreal, 1993. 304 p.
- McCoy, R. Modern Exterior Ballistics: The Launch and Flight Dynamics of Symmetric Projectiles. Schiffer Publishing, Limited, 2012. (Schiffer military history). ISBN 9780764338250.
- Sahu, J.; MD., A. B. R. L. A. P. G. Drag Predictions for Projectiles at Transonic and Supersonic Speeds. Defense Technical Information Center, 1986. (Memorandum report BRL). Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=fAXOtgAACAAJ>>.
- Sor, W. L. Aerodynamic validation of emerging projectile configurations. Tese (Doutorado) — Monterey, California. Naval Postgraduate School, 2012.
- Suliman, M.; Mahmoud, O.; Al-Sanabawy, M.; Abdel-Hamid, O. Computational investigation of base drag reduction for a projectile at different flight regimes. In: THE MILITARY TECHNICAL COLLEGE. International Conference on Aerospace Sciences and Aviation Technology. [S.l.], 2009. v. 13, n. AEROSPACE SCIENCES & AVIATION TECHNOLOGY, ASAT-13, May 26–28, 2009, p. 1–13.