

## TRAÇADO DE ESPECTRO TRIPARTITE PARA ANÁLISES SÍSMICAS EM ESTRUTURAS

RODOLFO SANTOS DA CONCEIÇÃO<sup>1</sup>, FRANCISCO EVANGELISTA JR.<sup>2</sup>, LINEU JOSÉ PEDROSO<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Me. em Engenharia Civil, doutorando em Estr. e Const. Civil, UnB, Brasília-DF e Prof. COEC, IFS, Aracaju-SE, rodolfo.conceicao@ifs.edu.br;

<sup>2</sup>Dr. em Engenharia Civil, Prof. Adj. PECC, UnB, Brasília-DF, fejr@unb.br;

<sup>3</sup>Dr. em Engenharia Civil, Prof. Adj. PECC, UnB, Brasília-DF, lineu@unb.br

Apresentado no  
Congresso Técnico Científico da Engenharia e da Agronomia – CONTECC  
07 a 10 de outubro de 2024

**RESUMO:** A análise dinâmica sísmica avalia o comportamento de estruturas sujeitas a ações de terremotos quanto aos efeitos gerados em termos de deslocamentos, acelerações e esforços internos gerados. A análise pode ser realizada utilizando históricos de sismos, registros artificiais ou ainda orientações normativas desenvolvidas a partir de múltiplos estudos. Uma ferramenta útil para análise sísmica consiste no espectro tripartite que fornece em um só gráfico os valores máximos para deslocamento, velocidade e aceleração desenvolvidos na estrutura conhecidos seu período de vibração e taxa de amortecimento. O presente trabalho conceitua e explana os procedimentos para criação e utilização dos Espectros Tripartites. Verifica-se que os resultados obtidos apresentam boa aproximação com as respostas obtidas em análises dinâmicas convencionais demonstrando ser uma ferramenta eficiente e eficaz.

**PALAVRAS-CHAVE:** Terremotos, Análise Dinâmica, Ferramenta de projeto.

### TRIPARTITE SPECTRUM TRACING FOR SEISMIC ANALYSIS IN STRUCTURES

**ABSTRACT:** Seismic dynamic analysis evaluates the behavior of structures subject to earthquake actions in terms of the effects generated in terms of displacements, accelerations and internal forces generated. The analysis can be carried out using earthquake histories, artificial records or even normative guidelines developed from multiple studies. A useful tool for seismic analysis consists of the tripartite spectrum that provides in a single graph the maximum values for displacement, velocity and acceleration developed in the structure, known as its vibration period and damping rate. The present work conceptualizes and explains the procedures for creating and using Tripartite Spectrums. It is verified that the results obtained present a good approximation with the answers obtained in conventional dynamic analyses, demonstrating that it is an efficient and effective tool.

**KEYWORDS:** Earthquakes, Dynamic Analysis, Design tool.

### INTRODUÇÃO

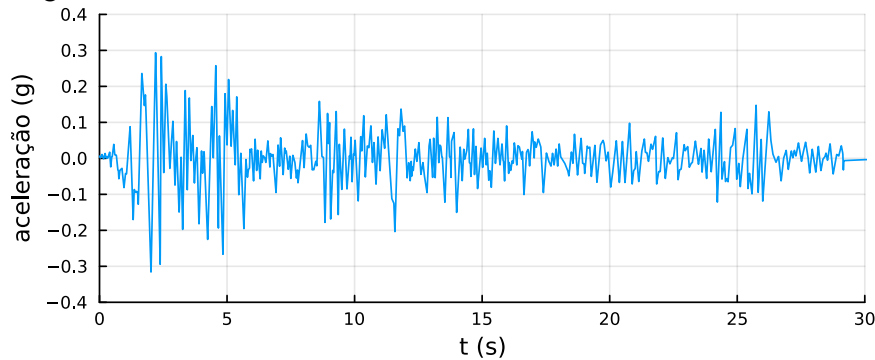
A análise sísmica na engenharia estrutural é um campo crítico dedicado a compreender como as estruturas respondem a ação de terremotos, fundamental para garantir a segurança e conforto de usuários de edifícios e infraestruturas em regiões propensas à ocorrência deste fenômeno. Um terremoto gera uma gama de forças sísmicas que se propagam pela crosta terrestre e que podem causar uma variedade de efeitos nas estruturas como deslocamentos laterais, acelerações e esforços internos excessivos. A análise sísmica visa prever essas forças e avaliar como elas impactarão a estabilidade e a integridade de uma estrutura.

A previsão do comportamento estrutural pode ser realizada utilizando métodos analíticos e numéricos para realização de análise dinâmica em diferentes cenários sísmicos. A análise dinâmica considera a natureza variável no tempo das forças sísmicas e envolve o uso de técnicas avançadas, como análise de espectro de resposta e análise de histórico de tempo, para capturar o comportamento da estrutura sob cargas sísmicas variáveis.

Dado o acelerograma de um evento sísmico é possível prever a resposta de estruturas em relação aos deslocamentos, velocidades e acelerações a partir de sua frequência natural (ou período) de vibração e taxa de amortecimento e um único ábaco denominado Espectro tripartite (Filiatrault, 1996).

Neste trabalho será demonstrado o roteiro para elaboração deste interessantíssimo instrumento de análise estrutural. Para tanto, será utilizado o acelerograma do sismo El Centro (Figura 1), evento ocorrido em 1940 próximo a fronteira entre os Estados Unidos e o México com magnitude de 6,9 na escala Richter e intensidade X na escala de Mercalli cujos acelerogramas Norte-Sul, Leste-Oeste e Vertical podem ser obtidos em <http://www.vibrationdata.com/elcentro.htm>. Apesar da ocorrência antiga, esse evento ainda é comumente utilizado como referência em trabalhos relacionados ao tema (Cao et al., 2024; Li et al., 2024).

Figura 1. Acelerograma do El Centro.



## MATERIAL E MÉTODOS

Dada uma estrutura sujeita a aceleração de base, a equação do movimento é dada por:

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \omega^2x = -\ddot{u}_s \quad (1)$$

em que  $\ddot{x}$ ,  $\dot{x}$ ,  $x$  são, respectivamente, a aceleração, a velocidade e o deslocamento do sistema estrutural representado por um único grau de liberdade (ou com propriedades generalizadas),  $\zeta$  é a taxa de amortecimento estrutural,  $\omega$  é a frequência de vibração do sistema estrutural e  $\ddot{u}_s$  é a aceleração sísmica.

Essa equação pode ser resolvida por métodos numéricos diversos como Diferenças Finitas, Newmark ou Wilson- $\theta$ . Neste trabalho a equação é resolvida numericamente utilizando a integral de Duhamel, a qual considera o carregamento aleatório como uma sucessão de cargas impulsivas aplicadas a estrutura, sendo dada pela Equação (2) (Soriano, 2014):

$$x(t) = \frac{1}{m\omega_a} \int_0^t f(\tau) e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \text{sen}[\omega_a(t-\tau)] d\tau \quad (2)$$

Em que para o caso de sismos resulta em:

$$x(t) = \frac{1}{\omega_a} \int_0^t \ddot{u}_s(\tau) e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \text{sen}[\omega_a(t-\tau)] d\tau \quad (3)$$

A Figura 2 apresenta o histórico de deslocamentos, velocidades e acelerações para estruturas com frequências de vibração igual e taxas de amortecimento, respectivamente, iguais a 1,0 Hz e 5%, e 2,0 Hz e 2%. Esses valores serão utilizados posteriormente para demonstração do Espectro tripartite. Verifica-se que os picos para as duas estruturas possuem valores diferentes e eventualmente ocorrem em instantes de tempo diferentes.

Considerando-se um conjunto de respostas para variados valores de frequências e taxas de amortecimento pode-se agrupar os valores de pico para cada uma das variáveis em gráficos denominados de Espectros de resposta: dos Deslocamentos  $S_d$ , das Velocidades  $S_v$ , e das Acelerações  $S_a$ . A Figura 3 apresenta estes espectros para uma faixa de frequências entre 0 e 5 Hz e para taxas de amortecimento iguais a 0%, 2%, 5%, 10% e 20%. Ainda na mesma Figura é ilustrada a obtenção dos valores obtidos através dos históricos apresentados nas Figura 2 diretamente nos correspondentes espectros.

Figura 2. Históricos de deslocamentos, velocidades e acelerações para duas estruturas.

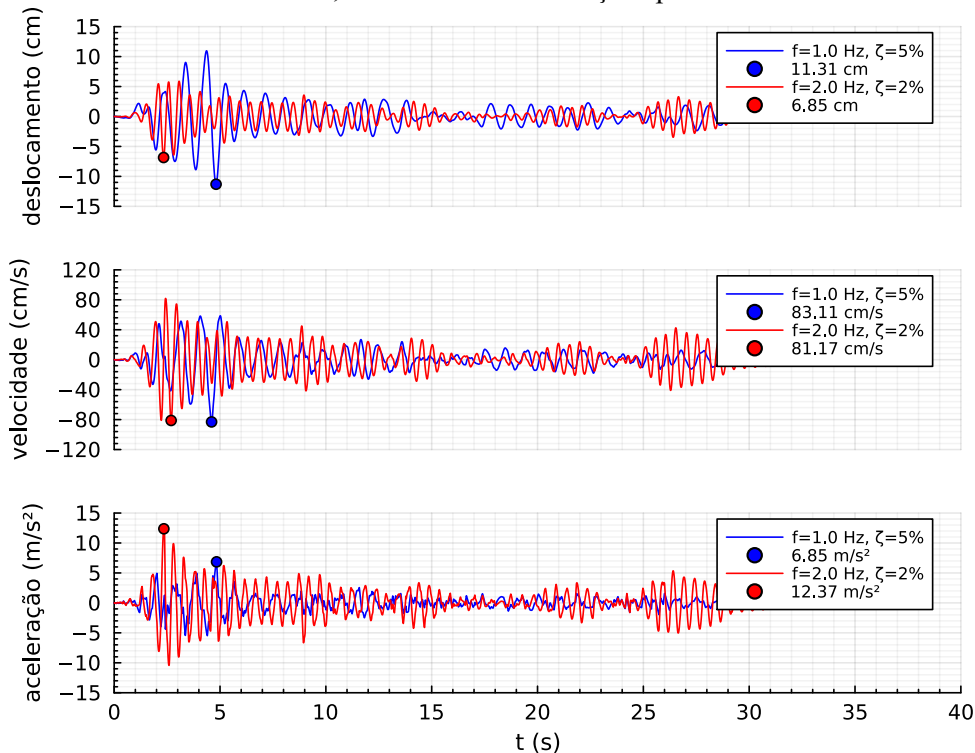
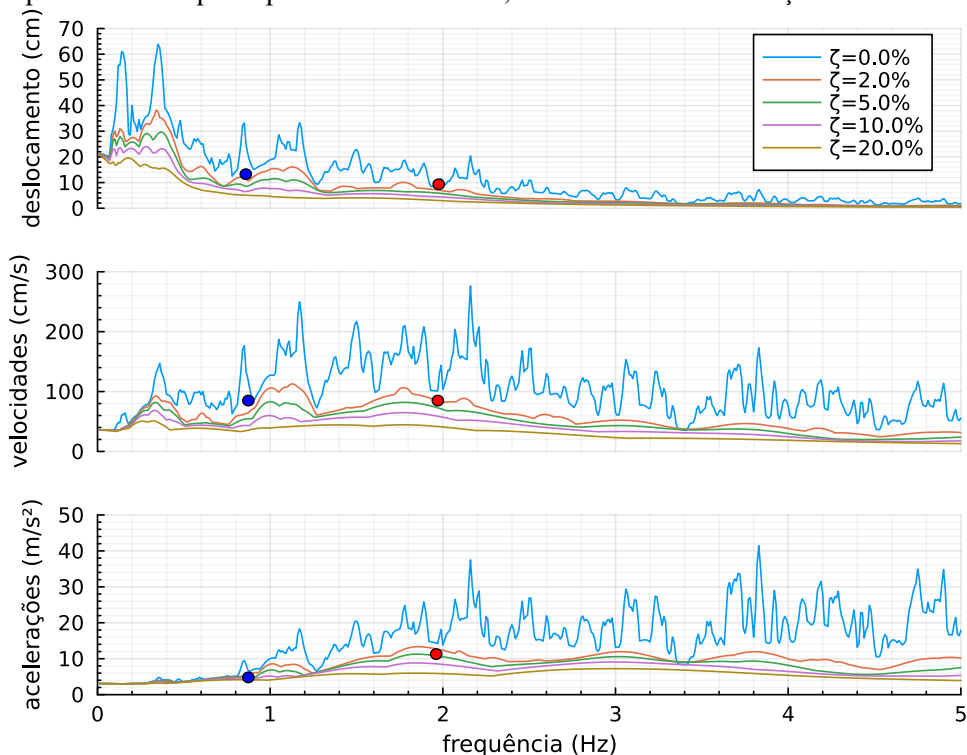


Figura 3. Espectros de Resposta para Deslocamentos, Velocidades e Acelerações.



Verifica-se nos gráficos da Figura 3 que para um mesmo valor de frequência as intensidades dos deslocamentos, velocidades e acelerações aumentam ao passo em que a taxa de amortecimento é reduzida. Verifica-se ainda que frequências menores apresentam maiores deslocamentos, as velocidades apresentam valores próximos por toda faixa de frequência analisada e que as acelerações aumentam ao passo que aumenta-se a frequência.

Como visto, os espectros apresentados na Figura 3 já representam uma boa ferramenta para obtenção da resposta de uma estrutura qualquer eventualmente submetida ao sismo El Centro (ou a qualquer outro evento sísmico alterando-se os dados de aceleração sísmica). Contudo mais uma simplificação ainda é possível de ser realizada condensando as informações contidas nos três gráficos da Figura 3 em um único gráfico. Esse gráfico é chamado de *Espectro Tripartite* e fornece de forma imediata o valor do deslocamento e uma aproximação razoável das velocidades e acelerações.

Considerando-se a formulação da integral de Duhamel apresentada anteriormente, que a velocidade representa a derivada do deslocamento e que a aceleração representa a derivada da velocidade, os espectros de velocidade e aceleração podem ser aproximadas, respectivamente, por:

$$S_v = \omega S_d \quad (4)$$

$$S_a = \omega S_v = \omega^2 S_d \quad (5)$$

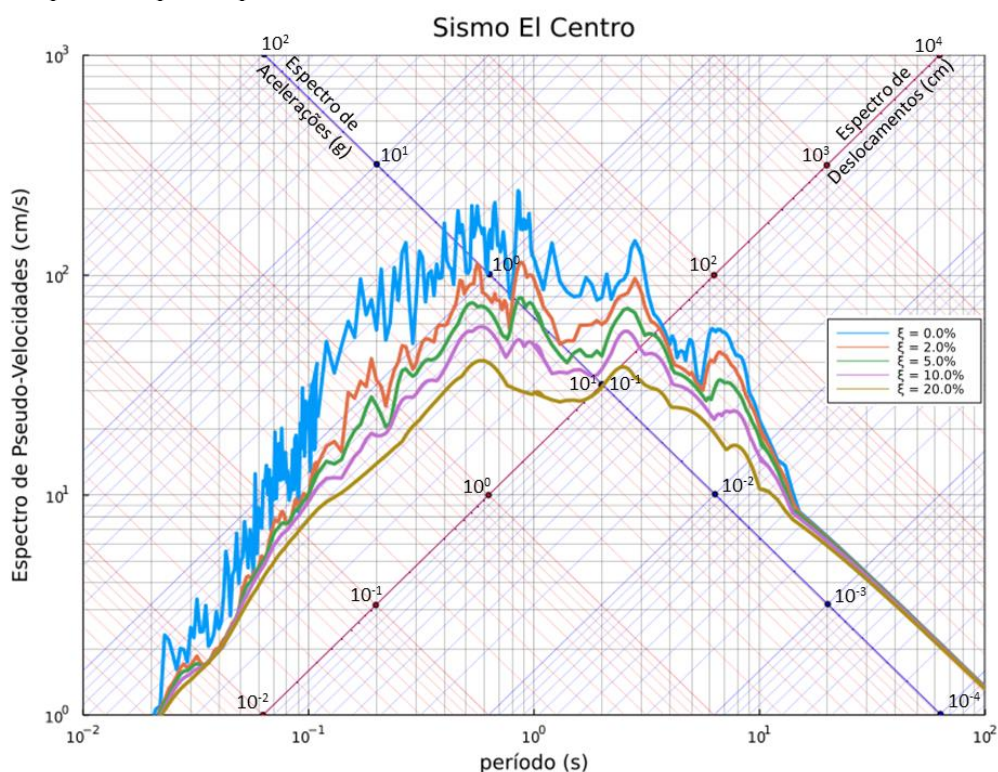
Esses espectros aproximados são comumente chamados de espectros de pseudovelocidade e pseudoaceleração. Dado que agora tem-se uma relação direta com o espectro de deslocamentos pode-se compilar todas as informações em um gráfico log x log em que a partir da frequência (ou período) natural e taxa de amortecimento pode-se obter de forma imediata todas as informações. Dada a relação entre as grandezas, os espectros de pseudovelocidade e pseudoaceleração apresentam inclinação de 45° na construção do gráfico log x log.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

No traçado do Espectro Tripartite, por conveniência, a abcissa que até então fora apresentada em relação as frequências foi modificada para os períodos fundamentais de vibração das estruturas e aceleração foi apresentada em termos da aceleração da gravidade.

Para construção do espectro foram considerados cinco valores de taxa de amortecimento (0, 2, 5, 10 e 20%) e períodos naturais entre 0,01 s e 100 s, correspondente a frequências entre 100 Hz e 0,1 Hz, respectivamente. Todas as análises para a construção do espectro triparte custou em torno de 40 minutos de processamento.

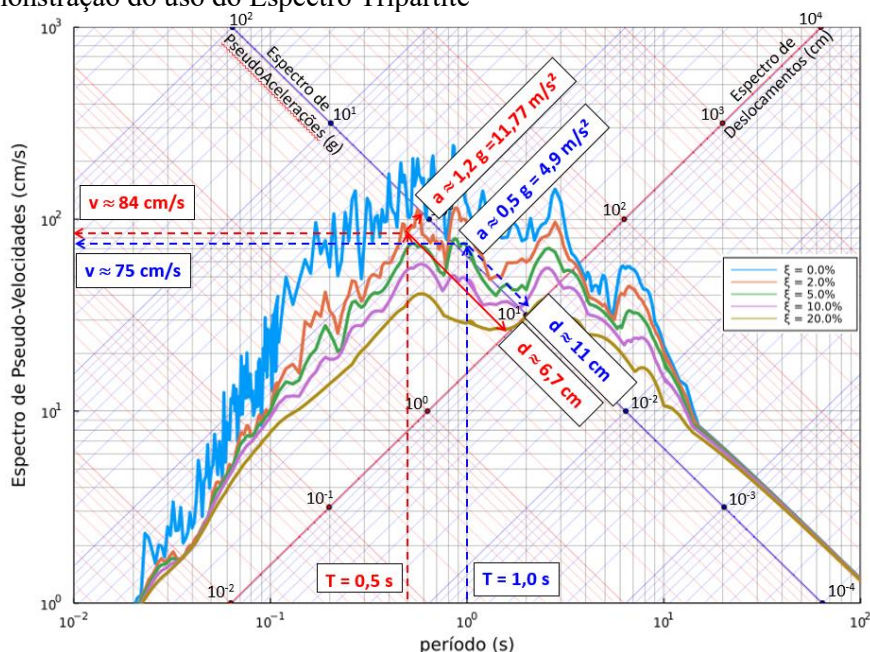
Figura 4. Espectro tripartite para o El Centro



O procedimento para utilizar o espectro tripartite é simples. A partir do período natural de vibração indicado na abcissa buscase o ponto de encontro com o espectro referente a correspondente taxa de amortecimento. Verificada a interseção com o gráfico, traçando-se uma linha horizontal obtém-se a máxima velocidade aproximada na ordenada a esquerda e a partir de outras duas linhas a  $+45^\circ$  e  $-45^\circ$  obtém-se respectivamente a máxima aceleração aproximada e o máximo deslocamento.

O procedimento é apresentado na Figura 5 para os dois casos analisados anteriormente. Verifica-se que os valores são próximos aos identificados.

Figura 5. Demonstração do uso do Espectro Tripartite



## CONCLUSÃO

Apresentou-se o procedimento para a criação do Espectro Tripartite. Conhecido o acelerograma do evento, para diferentes valores de frequências (ou períodos) naturais e diferentes taxas de amortecimento, calculam-se os máximos deslocamentos através de análise numérica com um método qualquer). Com os valores destes deslocamentos máximos constrói-se o espectro de deslocamentos  $S_d$  e a partir deste os espectros de pseudo-velocidades  $S_v$  e pseudoacelerações  $S_a$ .

Para elaborar um espectro de resposta normativo, entretanto, seria necessária certa quantidade de registros de eventos brasileiros para o devido tratamento estatístico dos mesmos.

## AGRADECIMENTOS

Ao Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil da Universidade de Brasília (PECC/UnB) pelo auxílio financeiro com recursos do PROAP/CAPES.

## REFERÊNCIAS

- Cao, H. Q.; Tran, N.; Bui, H. Hedge-Algebras-based hybrid control of earthquake-induced buildings using upgraded tuned liquid column dampers. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, v. 182, p. 108728, 2024.
- Filiatrault, A. *Eléments de génie parasismique et de calcul dynamique des structures*. 1. ed. Montréal, Presses inter Polytechnique, 1996. 478 p.
- Li, M.; Lu, J.; Wang, D.; Wu, X.; Wang, Z.; Tian, P. Dynamic analysis of the Xiaoyan Pagoda in China: Mechanisms for resisting rare earthquakes. *Structures*, v. 62, p. 106315, 2024.
- Pedroso, L. J. *Elementos de Análise Sísmica de Estruturas. Dinâmica das Estruturas II – Notas de Curso e Apostila Didática Interna*. PPECC – UnB – FT/ENC Vs. 1 – Brasília, DF, 2013.
- Soriano, H. L. *Introdução à dinâmica das estruturas*. 1.ed. Rio de Janeiro, Elsevier, 2014. 480 p.