

## UTILIZAÇÃO DO MEF NO DIMENSIONAMENTO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO

PAULO RICARDO ALVES DOS REIS SANTOS<sup>1</sup>, LIRANA LAMARA BARRETO DA SILVA<sup>2</sup> e JEFFERSON DE BRITO SOUSA<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Bacharel em Engenharia Civil – UniFacema. pauloricardo.ars@gmail.com;

<sup>2</sup> Bacharel em Engenharia Civil – UniFacema. liranalamara11@gmail.com;

<sup>3</sup> Professor Mestre em Matemática, UFPI/ UniFacema. jeffersonbrito2@gmail.com.

Apresentado no  
Congresso Técnico Científico da Engenharia e da Agronomia – CONTECC  
15 a 17 de setembro de 2021

**RESUMO:** Neste trabalho, propôs-se realizar o dimensionamento de um pilar, com condições pré-definidas, obtendo-se os esforços de momentos e taxa de armaduras, através do método do pilar padrão com curvatura aproximada, do método do pilar padrão com rigidez “k” aproximada e o Método dos Elementos Finitos, e por fim proceder com uma análise comparativa dos resultados obtidos por meio destes métodos, validando ou não a modelagem realizada. Para a realização da modelagem do pilar em Elementos Finitos foi utilizado o software SAP 2000. Constatou-se, após os cálculos realizados que os valores de momentos e área de aço encontrados pelo MEF convergiram para os valores obtidos através dos métodos aproximados, o que valida a modelagem aqui realizada. Todavia, é importante destacar que os resultados aqui encontrados não representam uma tendência, havendo necessidade de realizar analisar diversas situações que envolvem o dimensionamento de um pilar de concreto armado.

**PALAVRAS-CHAVE:** Pilares, Concreto armado, dimensionamento, Elementos Finitos.

### MAPPING OF THE PEDOLOGICAL POTENTIAL OF THE PARAÍBA STATE FOR THE CULTIVATION OF SUGAR CANE (*Saccharum spp*)

**ABSTRACT:** In this work, it was proposed to perform the dimensioning of a column, with predefined conditions, obtaining the efforts of moments and reinforcement rate, through the method of the standard pillar with approximate curvature, of the standard pillar method with approximate "k" stiffness and the Finite Element Method, and finally proceed with a comparative analysis of the results obtained through these methods, validating or not the modeling performed. Sap 2000 software was used to perform the modeling of the pillar in Finite Elements. It was verified, after the calculations performed, that the values of moments and steel area found by the MeF converged to the values obtained through the approximate methods, which validates the modeling performed here. However, it is important to highlight that the results found here do not represent a trend, and there is a need to analyze several situations that involve the dimensioning of a reinforced concrete pillar.

**KEYWORDS:** Pillars, Reinforced concrete, dimensioning, Finite Elements.

### INTRODUÇÃO

A análise estrutural tem por principal objetivo a determinação dos esforços internos, deslocamentos e reações nos elementos que compõem uma estrutura. A maneira de se realizar essa determinação foi evoluindo ao longo dos anos, passando de métodos de cálculo com simplificações e realizados de forma manual, para a utilização de métodos mais refinados e complexos, em razão da evolução da computação, e, conseqüentemente o surgimento de métodos computacionais poderosíssimos, sendo estes, incorporados aos mais diversos softwares de cálculo estrutural (SPOTCURSOS, 2018).

Um deste softwares é o SAP2000, o qual realiza uma análise estrutural e dinâmica, linear e não-linear por meio do método dos Elementos Finitos (MULTIPLUS, 2018). Tal método, segundo Azevedo (2003), no âmbito da Engenharia de Estruturas, objetiva determinar o estado de tensão e deformação de um sólido com geometria qualquer submetido a ações externas.

Neste trabalho, propõe-se realizar o dimensionamento de um pilar, com condições pré-definidas, obtendo-se os esforços de momentos e taxa de armaduras, através do método do pilar padrão com curvatura aproximada, do método do pilar padrão com rigidez “k” aproximada e o Método dos Elementos Finitos (utilizando-se o software SAP2000), e por fim proceder com uma análise comparativa dos resultados obtidos.

## MATERIAL E MÉTODOS

O presente estudo buscou realizar uma análise comparativa entre os resultados de momentos e área de aço de um pilar de concreto armado, obtidos por diferentes métodos de dimensionamento. A norma ABNT NBR 6118:2014, apresenta quatro métodos pelos quais se podem proceder com o dimensionamento de pilares de concreto armado, são eles:

- Método do pilar-padrão com curvatura aproximada;
- Método do pilar-padrão com rigidez k aproximada;
- Método do pilar-padrão acoplado a diagramas momento fletor- força normal- curvatura;
- Método geral;

No entanto, o enfoque aqui será dado somente aos métodos do pilar-padrão com curvatura aproximada, e do pilar-padrão com rigidez k aproximada, os quais serão utilizados para a obtenção dos efeitos de 2ª ordem no pilar a ser estudado, além da modelagem do mesmo por Elementos Finitos.

O método do pilar padrão com curvatura aproximada é aplicado somente no cálculo de pilares que tenham seção constante, armadura simétrica e constante ao longo do seu eixo e que tenham  $\lambda \leq 90$  (NBR 6118, 2014).

Admitindo que a deformação da barra seja senoidal, a não-linearidade geométrica é tida de forma aproximada. Por meio de uma expressão aproximada da curvatura na seção crítica é considerada a não-linearidade física (NBR 6118, 2014).

Segundo a NBR 6118: 2014, o momento total máximo no pilar é dado pela expressão:

$$M_{d\ tot} = \alpha_b M_{1dA} + N_d \frac{l^2 e}{10 r} \geq M_{1dA} \quad \text{Eq. 1}$$

Sendo  $1/r$  a curvatura na seção crítica, expressa por:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h} \quad \text{Eq. 2}$$

Onde:

$$v = \frac{N_{sd}}{(A_c f_{cd})} \quad \text{Eq. 3}$$

$$M_{1dA} \geq M_{1d\ min}$$

Onde:

h = altura da seção na direção considerada;

v = força normal adimensional;

$M_{1d\ min} = N_d (0,015 + 0,03h)$ ;

$\alpha_b$  = coeficiente determinado de acordo com as condições de carregamento e apoio do pilar;

$M_{1dA}$  = o valor de cálculo de 1ª ordem do momento  $M_A$ ;

O método do pilar-padrão com rigidez k aproximada, segue a mesma condição de aplicação do método do pilar padrão com curvatura aproximada. Deve-se considerar a não-linearidade geométrica de forma aproximada, admitindo-se que seja senoidal a deformação da barra. Por meio de uma expressão aproximada de rigidez deve ser considerada a não-linearidade física.

Segundo a NBR 6118:2014, o momento total máximo no pilar deve ser calculado com base na majoração do momento de 1ª ordem conforme a expressão:

$$M_{d \text{ tot}} = \frac{\alpha_b M_{1d A}}{1 - \frac{\lambda^2}{120 \frac{k}{v}}} \geq \begin{cases} M_{1d A} \\ M_{1d \text{ min}} \end{cases} \quad \text{Eq. 4}$$

Onde K= valor da rigidez adimensional, dado pela expressão:

$$k = 32 \left( 1 + 5 \frac{M_{d \text{ tot}}}{h N_d} \right) v \quad \text{Eq. 5}$$

As demais variáveis são as mesmas definidas anteriormente.

Já o Método dos Elementos Finitos (MEF), segundo Becker et al. (1981), é uma técnica generalista, por meio da qual se torna possível obter soluções aproximadas para problemas de valores limites. De acordo com Soriano (2003), neste método, o domínio de definição do modelo matemático é particionado em um número discreto de subdomínios, os quais são denominados elementos finitos. Estes elementos de dimensões finitas, são conectados por meio de um número limitado de pontos, também chamados de nodais. O software SAP2000 foi utilizado para a modelagem do pilar em estudo e seu dimensionamento através do MEF, obtendo-se os esforços de momento solicitantes ao pilar.

O pilar dimensionado, P1, foi extraído de um projeto arquitetônico de um sobrado, sendo este locado no canto superior esquerdo da edificação, conforme destacado na Figura 1. Este, foi dimensionado através do método do pilar padrão com curvatura aproximada, do método do pilar padrão com rigidez “k” aproximada, e o Método dos Elementos Finitos, por meio do software SAP2000. Os resultados de momentos totais “ $M_{d \text{ total}}$ ”, e área de aço “As” foram então comparados para que se pudesse retirar as conclusões pretendidas nesta pesquisa.

A seguir estão listados os dados necessários para a compreensão do dimensionamento que foi realizado neste trabalho:

- Edificação de 2 pavimentos: pé direito 3m;
- Estrutura de concreto armado,  $f_{ck} = 25\text{Mpa}$ ;
- Classe de aço CA-50, com bitola maior ou igual a 10mm.
- Classe de agressividade II, conforme a tabela 6.1 da NBR6118:2014;
- Vigas de seção 15cm x 40cm;
- Lajes com vigotas pré-moldadas, preenchidas por EPS, 12cm de espessura;
- Carga total sobre as lajes de 293kgf/m<sup>2</sup>, considerando-se peso próprio e sobrecarga;

Vale ressaltar que o dimensionamento das lajes e vigas não foi tomado como um aspecto relevante nas análises realizadas neste trabalho, sendo utilizadas somente as cargas destes elementos que foram transmitidas ao pilar dimensionado.

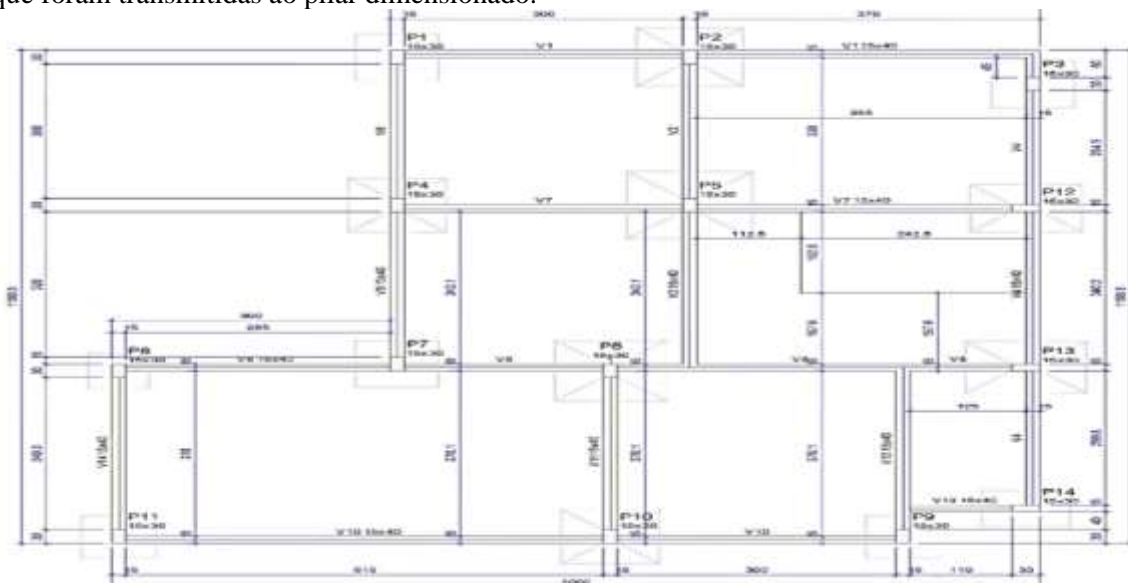


Figura 1 – Planta Estrutural e indicação do pilar a ser estudado. Fonte: Autor, 2018.

De posse do carregamento atuante na estrutura, pode-se então proceder com o dimensionamento do elemento que será analisado. Os efeitos de segunda ordem serão então obtidos por meio dos métodos do pilar padrão com curvatura aproximada, do método do pilar padrão com rigidez “k” aproximada, abordados na NBR6118:2014, e o Método dos Elementos Finitos, empregando-se o software SAP2000 para a modelagem e dimensionamento. A modelagem do elemento está representada na Figura 2, a seguir.

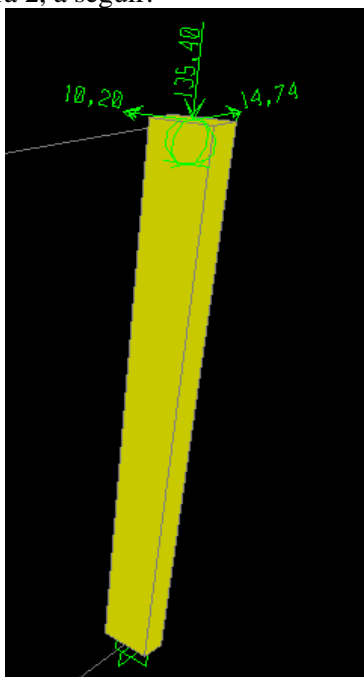


Figura 2 – Pilar de canto P1 modelado através do software SAP2000. Fonte: Autor, 2018.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados de momentos e áreas de aço obtidos através dos métodos empregados para o dimensionamento do pilar em estudo estão expostos na Tabela 1 a seguir.

Tabela 1- Resultados de cálculo do pilar P1

<i>Nd (kN)</i>	$\lambda_x$	$\lambda_y$	$\lambda_{1x}$	$\lambda_{1y}$	<i>M1d, mín(kN.m)</i>
135,4	69,2	34,6	35	35	4,55
<b>Método do pilar padrão com curvatura aproximada</b>					
	Md, tot. (Kn.m)		As (cm <sup>2</sup> )		
X	19,19		6,33		
Y	-				
<b>Método do pilar padrão com rigidez “k” aproximada</b>					
	Md, tot. (Kn.m)		As (cm <sup>2</sup> )		
X	19,04		6,02		
Y	-				
<b>Método dos Elementos Finitos (SAP 2000)</b>					
	Md, tot. (Kn.m)		As (cm <sup>2</sup> )		
X	20,64		6,65		
Y	-				

Fonte: Autor, 2018.

É importante observar que, os momentos de 2ª ordem na direção y foram desprezados já que  $\lambda < \lambda_1$ . Foram calculados, portanto, somente os momentos solicitantes para a direção x e as respectivas áreas de aço a partir desses valores de momentos. As Figuras 4 e 5, abaixo, ilustram graficamente os resultados aqui encontrados.

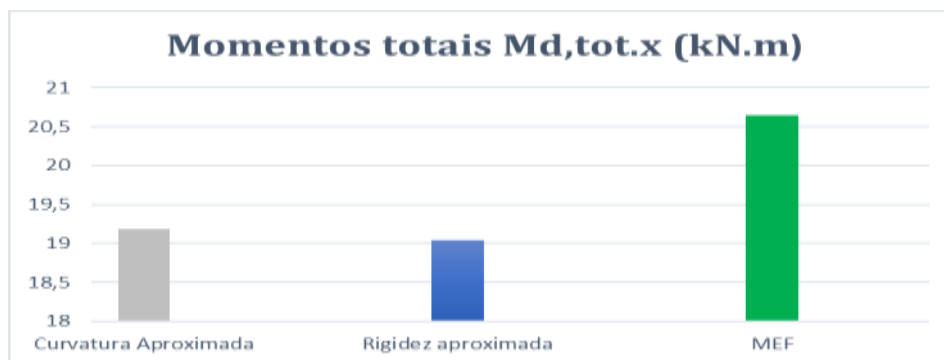


Figura 4 – Comparativo de momentos totais para P1. Fonte: Autor, 2018.



Figura 5 – Comparativo de áreas de aço para P1. Fonte: Autor, 2018.

Constata-se através dos dados anteriormente expostos, que os momentos obtidos através dos métodos do pilar padrão com curvatura aproximada e do pilar padrão com rigidez “k” aproximada, são muito próximos, divergindo em menos de 1%. Comparando-se os resultados encontrados por meio dos métodos do pilar padrão com curvatura aproximada e do MEF, observa-se uma diferença percentual de 7,02% entre os valores de momentos totais calculados. E por fim, confrontando-se os valores determinados pelo método do pilar padrão com rigidez “k” aproximada e o Método dos Elementos Finitos, os momentos calculados diferenciam-se em quase 8%.

Levando em consideração a área de aço calculada, nota-se através dos resultados obtidos, expostos anteriormente, que os valores obtidos por meio dos métodos aproximados e do MEF, não possuíam diferenças significativas, havendo uma diferença em termos percentuais de no máximo 9,47% nos valores de área de aço encontrados, quando comparados. Desta forma, podemos validar a modelagem realizada.

Zwirtes (2016), em seu estudo envolvendo a análise dos métodos de dimensionamento de pilares de concreto armado, concluiu que o método da curvatura padrão tem uma certa tendência em resultar em valores de momentos solicitantes totais no centro do pilar maiores quando comparados aos valores obtidos pelo método da rigidez k aproximada. Portanto, o presente estudo corrobora com esta constatação, uma vez que o resultado de momento encontrado pelo método da curvatura aproximada no pilar em estudo foi relativamente maior do que o resultante da aplicação do método da rigidez k aproximada.

Casagrande e Silva (2018), através da comparação entre os resultados de momentos totais e área de aço para os pilares utilizados em seu estudo, dimensionados através dos métodos do pilar padrão com curvatura aproximada e o método do pilar padrão com rigidez k aproximada, atingiu diferenças em termos percentuais de até 23,83% quanto aos momentos solicitantes ao pilares, e de até 14,35% em relação a taxa de armadura necessária. Os valores aqui apresentados não apresentaram diferenças tão significativas quanto as obtidas por Casagrande e Silva (2018), comparando-se dos métodos do pilar padrão com curvatura aproximada e o método do pilar padrão com rigidez k aproximada, atingindo menos de 1% para os momentos totais calculados e pouco menos de 5% quanto a área de aço.

Araújo (2012), também comparou os resultados obtidos por meio do método do pilar padrão com curvatura aproximada e o método do pilar padrão com rigidez  $k$  aproximada, sendo uma de suas conclusões o fato de que em ambos os métodos pode-se obter soluções desfavoráveis à segurança. Porém, na ausência de um método mais refinado para o dimensionamento de pilares, este recomenda o uso do método da curvatura aproximada, o qual segundo ele possui menor erro

## CONCLUSÃO

Por meio deste, foi possível concluir, através do confrontamento dos resultados encontrados, que os valores obtidos pelos métodos aproximados, conforme prescrito na NBR6118:2014 e pelo MEF não têm divergências significativas, tanto com relação aos valores de momentos totais, como no que diz respeito a área de aço dimensionada para o elemento estrutural em questão, confirmando a validade da modelagem realizada por meio do SAP2000 aplicando o Método dos Elementos Finitos.

Porém, vale ressaltar, que os resultados aqui encontrados não representam uma tendência. Há, portanto, a necessidade da realização de mais verificações nesse sentido, procurando-se analisar diversas situações que envolvem o dimensionamento de um pilar de concreto armado, com a alteração das variáveis que cercam o problema, tais como: situação em planta, esforço normal solicitante, seção e altura do pilar, entre outras; pois, somente assim, poder-se-á confirmar uma convergência nos resultados encontrados, possibilitando assim, investigar a possível causa desse comportamento, e desta forma contribuir para uma análise cada vez mais refinada deste tipo de elemento estrutural.

## REFERÊNCIAS

- 5 motivos para todo engenheiro utilizar o Método dos Elementos Finitos no cálculo de estruturas. Disponível em <[www.spotcursos.com.br](http://www.spotcursos.com.br)> Acesso em: 12 set. 2018.
- ARAÚJO, José M. Pilares esbeltos de concreto armado Parte 2: verificação dos métodos simplificados da NBR-6118. Teoria e Prática na Engenharia Civil. n. 19, p. 25-35, Maio, 2012.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- AZEVEDO, A. F. M. Método dos Elementos Finitos. 1 ed. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto Portugal, 2003.
- BECKER, E.B; CAREY, G. F; ODEN, J.T. Finite Elements - An Introduction, Vol. I, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1981) pp. 258
- CASAGRANDE, A. F; SILVA, D. dos S. Análise do dimensionamento de pilares de concreto armado pelo método do pilar padrão com rigidez " $\kappa$ " aproximada e pelo método do pilar padrão com curvatura aproximada para efeitos de 2º ordem. Disponível em <<http://repositorio.unesc.net/bitstream/1/158/1/Augusto%20Figueredo%20Casagrande.pdf>> Acesso em: 12 set. 2018.
- SAP 2000. Disponível em <<http://www.multiplus.com/software/sap2000/>> Acesso em: 21 mai. 2018.
- SORIANO, H. L.; LIMA, S. de S.. Método de elementos finitos em análise de estruturas. São Paulo: EDUSP, 2003.
- ZWIRTES, A. A. Dimensionamento de pilares retangulares de concreto armado pela NBR 6118/2014 e verificação da capacidade resistente da seção pelo diagrama de interação. UNIJUI: Santa Rosa, 2016.